

## Методы определения расчётных длин центрально нагруженных стальных колонн при шарнирном примыкании к железобетонным основаниям

*С.С. Шубников, В.А. Перфилов, В.И. Клименко*

*Волгоградский государственный технический университет, Волгоград*

**Аннотация:** В данной статье рассмотрены несколько способов определения расчётных длин стальных колонн в плоскости рамы. Путем анализа существующих методик, был определен наиболее удачный метод подбора расчётных длин для стальных колонн в свободной многоэтажной раме. Учитывая нестандартный случай крепления ригелей к рассматриваемому участку в раме эстакады, с помощью ПК ЛИРА САПР, а также модуля Кристалл (реализованного в SCAD), наглядно показана потеря устойчивости одинаково нагруженных элементов в наиболее чувствительной зоне.

**Ключевые слова:** формула Эйлера, потеря устойчивости, коэффициент расчётной длины, расчётная длина, коэффициент запаса устойчивости, конечные элементы.

Объект исследования входит в состав Амурского газохимического комплекса (АГХК), который по прогнозам должен стать самым крупным предприятием по производству базовых полимеров в России и мире (рис. 1).



Рис.1. Участок эстакады под трубопроводы, строящейся АГХК

В нашем случае для исследования используется однопролётная рама от эстакады под трубопроводы с длиной пролёта равной 6 м.

Особо важным является тот факт, что теоретические расчёты по отечественным методикам или же зарубежным нормам недостаточно точно показывают действительное поведение металла при потере его устойчивости под действием нагрузок и требуют обязательной сверки с сертифицированными современными программными комплексами. Под расчетной длиной стержня понимают условную длину однопролетного стержня, критическая сила которого при шарнирном закреплении его концов такая же, как для заданного стержня. В СП 16.13330.2017, есть раздел 10, «Расчётные длины и предельные гибкости элементов стальных конструкций», в котором даны указания для определения расчётных длин стреловой ферм, решётчатых конструкций и плоских рам [1].

Проблема определения расчётных длин состоит в том, что существующие нормы не в состоянии охватить полный комплекс существующих нагрузок. Существует большое количество регламентирующих документов по определению длин металлических колонн. Но в практике расчетов получается увеличенный расход материала и недостаточный коэффициент запаса устойчивости конструкции.

Еще в советское время ручные расчёты на устойчивость металла и исследования в этой области были не доведены до конца и не могли использоваться на практике конструктора по двум основным причинам: 1) расчёты были очень сложными для использования, имели большое количество переменных, диаграмм, графиков,  $n$ -ых порядков производных, матриц и т.п. 2) полученные результаты, как правило, использовались в упругой системе, а для неупругой соответственно не могли быть применимы [1-3].

Еще немаловажным фактором при определении устойчивости является нахождение критической силы  $F_{cr}$ . Впервые этот вопрос решил академик Петербургской академии наук Л. Эйлер в 1744 г., который согласно теории упругости определил допустимые напряжения в центрально-сжатых стержнях, позволяющие удержать слегка искривленный металлический стержень в равновесии. Путем математических преобразований, формула имеет вид [4]:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 * E * J}{l^2} \quad (1)$$

где  $E$  – модуль упругости стали, кПа;

$J$  – осевой момент инерции поперечного сечения стержня, см<sup>4</sup>;

$l$  – длина исследуемого элемента, м.

Следует отметить то, что полученная формула Эйлера учитывает шарнирное закрепление без условий опирания металлического стержня.

Возможные случаи закреплений стержней подробно рассмотрены в СП 16.13330.2017 в пункте 10.3.3 таблица 30.

Однако, при исследовании по потере устойчивости металлического стержня, а также нахождения его длины, необходимо учитывать гибкость и частотные характеристики колебаний при действии нагрузок и другие параметры, действующие на сжатые элементы [5-7]. Поэтому в настоящее время созданы методы, позволяющие учесть множество параметров, влияющих на устойчивость металлической системы, как в статике, так и в динамических воздействиях, что значительно облегчает энергозатраты рядового конструктора и позволяет качественно выполнить данную работу, правильно решив поставленные задачи по подбору сечений для дальнейшего проектирования [8,9].

Рассмотрим один из методов определения расчётных длин стальных колонн в многопролетной свободной раме эстакады с шарнирным

закреплением стержней к железобетонным колоннам поперечного сечения 600х600 мм (рис. 2). Возьмем случай, когда наша рама имеет жесткие узлы примыкания ригелей к опорным стальным колоннам и подсчитаем по 3 методикам расчётную длину в среднем ярусе, сравнив полученные результаты.

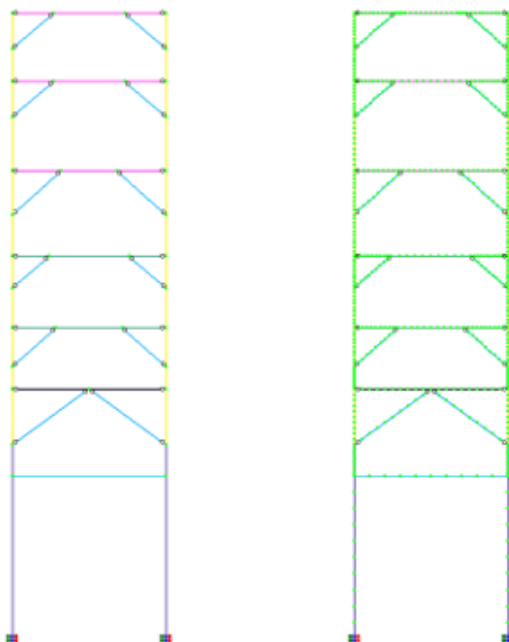


Рис.2. Расчётная схема поперечной свободной рамы с жесткими связями.

**1 способ с использованием ПК ЛИРА САПР и модулем «Устойчивость».**

Из расчётной схемы фрагментируем раму (рис. 3). Тип схемы следует задавать «2 – три степени свободы в узле».

Конструкция разбивается на несколько участков (от 5 до 10) и фиксируются деформации в элементах, в которых потеряна устойчивость.

В узлах колонн, в уровне ригелей, приложить сосредоточенные нагрузки, но при этом их сумма не должна превышать критической силы, т.е. коэффициент запаса устойчивости не должен быть меньше единицы, а

варьироваться от 1 до 1,5. Для анализа устойчивости создавать не более одного нагружения.

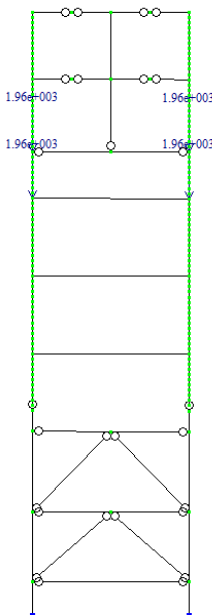


Рис. 3. Расчётная схема поперечной рамы с нагрузками в узлах

Следующий шаг – это запуск диалогового окна постпроцессора «Устойчивость». В список не учитываемых в расчёте элементов вносим все конечные элементы, кроме исследуемых.

Рассчитаем задачу. По результату расчёта производим анализ формы потери устойчивости. Форма должна быть интуитивно понятна. Для самого чувствительного элемента требуется определить расчётную длину по формуле:

$$l_{ef} = L \cdot l = 30,7 \cdot 0,2 = 6,14 \text{ м} \quad (2)$$

$L$ - коэффициент свободной длины, с параметром чувствительности, равным 1;

$l$  - длина конечного элемента, с параметром чувствительности, равным 1.

Коэффициент расчётной длины можно определить по формуле:

$$\mu = \frac{l_{ef}}{H} = \frac{6,14}{1,3} = 4,72 \quad (3)$$

H – высота исследуемой части колонны.

## **2 способ с использованием модуля «Кристалл» ПК SCAD.**

Здесь мы производим расчёт (рис. 4), вводя необходимые параметры для корректного отчёта, а именно:

- Указываем шарнирное опирание наших стержней на железобетонную колонну, исходя из конструктивных требований;
- Величина пролёта  $L_1 = 6$  м;
- Жесткости ригелей  $J_{s1}$  и  $J_{s2}$  одинаковы, сечение Двутавр 25Ш1;
- Высота исследуемого элемента, в нашем случае  $L_c = 1.3$  м;
- Жесткость колонны  $J_c$ , исходя из сечения Двутавр 35Ш1.
- Расположение: средний ярус.



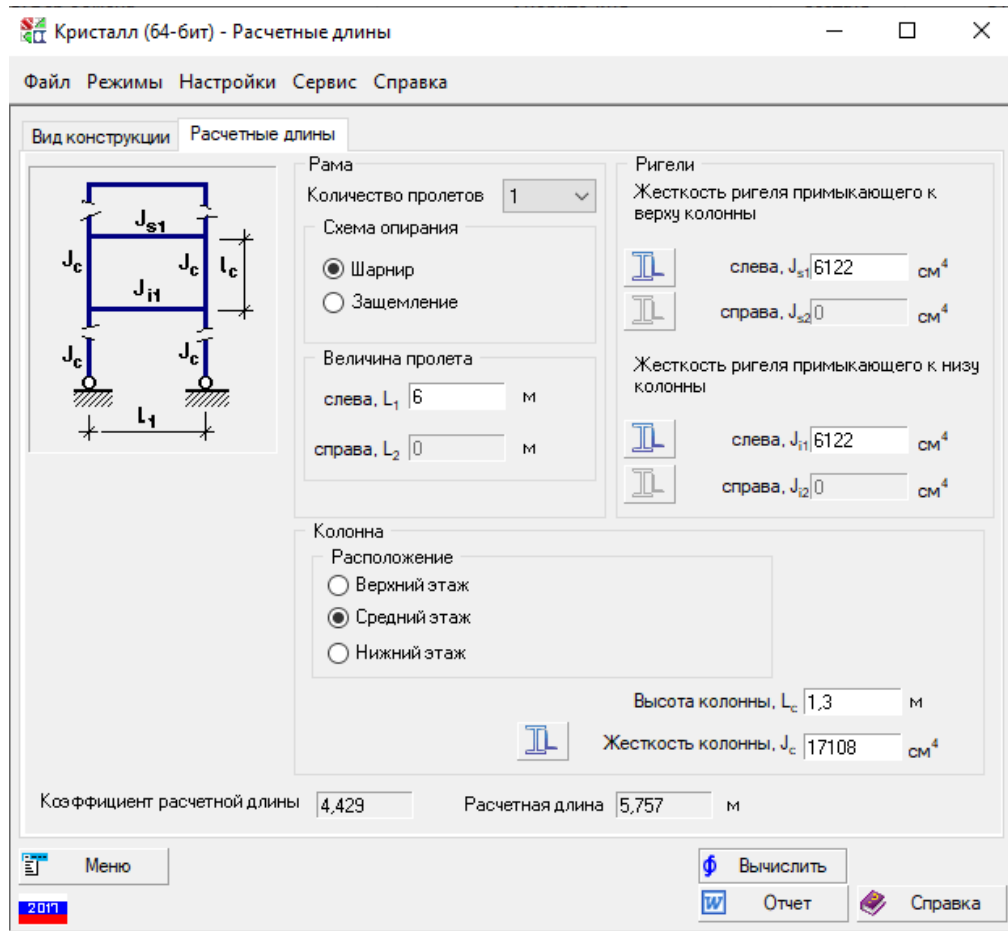


Рис.4. Диалоговое окно модуля Кристалл с введёнными параметрами и полученным результатом

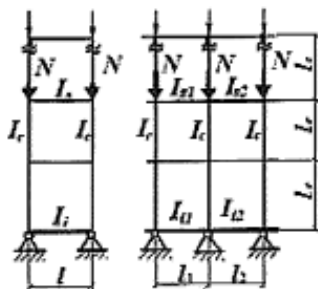
### 3 способ – ручной расчёт по СП 16.13330.2017.

Данный расчёт подобран, исходя из условий, приведенных в пункте 10.3.4. СП 16.13330.2017.

	<p>Верхний этаж</p> $\frac{k(p_1 + p_2)}{k+1} \quad \frac{2k(n_1 + n_2)}{k+1}$	<p>При <math>n \leq 0,2</math></p> $\mu = \frac{(p+0,68)\sqrt{n+0,22}}{\sqrt{0,68p(p+0,9)(n+0,08)+0,1n}} ; (143)$ <p>при <math>n &gt; 0,2</math></p>
	<p>Средний этаж</p> $\frac{k(p_1 + p_2)}{k+1} \quad \frac{k(n_1 + n_2)}{k+1}$	

В НАБОР

П 16.13330.2017



Нижний этаж

$$\frac{2k(p_1 + p_2)}{k+1} \quad \frac{k(n_1 + n_2)}{k+1}$$

$$\mu = \frac{(p+0,63)\sqrt{n+0,28}}{\sqrt{pn(p+0,9)+0,1n}} \quad (144)$$

Рис.5. Нахождение коэффициентов расчётной длины при помощи параметров  $p$  и  $n$

Автоматизировав данный расчёт в SMATH studio, можно с легкостью ввести необходимые параметры и просчитать расчётную длину стержней в среднем ярусе. Вводим те же данные (рис. 6), что и в модуле «Кристалл» [10].



Определение расчётной длины по формулам из СП 16.13330.20:

$L := 6 \text{ м}$	- Длина рамы
$L_c := 1,3 \text{ м}$	- Длина проверяемой колонны
$I_s := 6122 \text{ см}^4$	- Момент инерции ригеля в плоскости рамы
$I_c := 17108 \text{ см}^4$	- Момент инерции колонны в плоскости рамы
$K := 1$	

$I_{s1} := 6122 \text{ см}^4$	
$I_{s2} := 6122 \text{ см}^4$	
$I_i := 6122 \text{ см}^4$	
$I_{i1} := 0 \text{ см}^4$	+
$I_{i2} := 0 \text{ см}^4$	

Рис.6. Необходимые для ввода параметры в SMATH Studio

Затем проверяем, чтобы все формулы соответствовали СП 16.13330.2017 и проверяем результат коэффициента расчётной длины.

☐ Рама с шарнирным опиранием снизу

Однопролетная свободная рама:

$$n := \frac{I_s \cdot L_c}{I_c \cdot L} \quad n = 0,0775 \quad p := \frac{I_i \cdot L_c}{I_c \cdot L} \quad p = 0,0775$$

Средний этаж:

$$p := \frac{K \cdot p}{K + 1} = 0,0388$$

$$n := \frac{K \cdot n}{K + 1} = 0,0388$$

Меняем формулы под наименование этажей!

При  $n > 0,2$

$$\mu := \frac{(p + 0,63) \cdot \sqrt{n + 0,28}}{\sqrt{p \cdot n \cdot (p + 0,9) + 0,1 \cdot n}} = 5,1926$$

При  $n \leq 0,2$

$$\mu := \frac{(p + 0,68) \cdot \sqrt{n + 0,22}}{\sqrt{0,68 \cdot p \cdot (p + 0,9) \cdot (n + 0,08) + 0,1 \cdot n}} = 4,4288$$

Рис.7. Порядок расчета коэффициента расчётной длины по СП 16.13330.2017

Расчётная длина стержня определяется по следующей формуле (СП 16.13330.2017):

$$l_{ef} = \mu * l \quad (4)$$

где  $l$  – длина исследуемого участка стержня или высота этажа;

$\mu$  – коэффициент расчётной длины.

Таким образом, получаем, что расчётная длина в нашем случае равна:

$$l_{ef} = 4,4288 * 1.3 = 5.76 \text{ м.} \quad (5)$$

**Вывод.** Рассмотрев 3 методики определения расчётных длин стальных колонн, можно увидеть, что расчёты по СП 16.13330.2017 и модулю «Кристалл» практически одинаковые, а расчет по ПК Лира САПР показал более высокие параметры. Результаты определения расчётных длин металлических стержней приведены ниже в таблице 1.

Таблица 1

Результаты определения расчётных длин стальных колонн

Методика	Расчётная длина сжатых стержней, м
ПК Лира САПР	6,14
Кристалл	5,757
СП 16.13330.2017	5,76

Можно предположить, что ПК Лира САПР учитывает наибольшее количество внешних нагрузок, действующих на сжатые стержни и раму в целом, и характерно показывает наиболее правильный с точки зрения логики результат, увеличивая коэффициент запаса устойчивости.

## Литература

1. Блейх Фридрих. Устойчивость металлических конструкций / Пер. с англ. Сисляна Ж. С.; Под ред. Григолюка Э. И.- Москва: Физматгиз, 1959. - 544 с.
2. Кукса Л. В., Арзамаскова Л. М., Евдокимов Е. Е. Сопротивление материалов в вопросах и задачах: учебно-практическое пособие: [для студентов технических вузов очной и заочной форм обучения] / М-во образования и науки. Рос. Федерации, Волгоград. гос. архит.-строит. ун-т. - Волгоград: Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет, 2010. – 129 с.
3. Игнатъев В.А., Глухов А.В., Глухова С.Г. и др. Анализ эффективности применения классических методов при расчете изгибаемой пластинки с произвольными граничными условиями // Инженерный вестник Дона, 2018, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5144](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5144).
4. Кукса Л. В., Клименко В. И. Устойчивость упрочненных сжатых стержней / М-во образования и науки Российской Федерации, Волгоградский гос. архитектурно-строит. ун-т. - Волгоград : ВолГАСУ, 2014. - 175 с.
5. Kuksa, L.V., Evdokimov E.E. On the problem of microstresses and microstrains in polycrystals. Russian metallurgy (Metally), 2002, pp. 477-483.
6. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчётные модели сооружений и возможность их анализа. // Издание четвертое, переработанное и дополненное. 2011. — 732 с.
7. Кукса Л.В., Евдокимов Е.Е. Разработка конечно-элементной модели и метода расчета элементов конструкций из структурно-неоднородных материалов с факторами концентрации напряжений // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2002 №5. С. 16-21.
8. Евдокимов Е.Е., Арзамаскова Л.М., Клименко В.И., Коновалов О.В. Исследование концентрации напряжений в элементах конструкций из

поликристаллических материалов // Инженерный вестник Дона, 2018, №4.  
URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5349](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5349).

9. Кукса Л.В., Евдокимов Е.Е. Исследование концентрации напряжений в элементах конструкций при различных видах напряженного состояния на основе построения физико-механических моделей структурно-неоднородных материалов // Известия ВолгГТУ: межвуз. сб. научн. ст. №11(59) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2009. – (Серия «Проблемы материаловедения, сварки и прочности в машиностроении»; вып. 3.). С. 123-127.

10. Kuksa, L.V., L.M. Arzamaskova, E.E. Evdokimov and A.V. Sergeev, 2006. Development of methods for designing structural elements made of structurally heterogeneous materials by developing physicomechanical models. Strength of materials, 4(V.38): pp. 404-408.

### References

1. Blejh Fridrih. Ustojchivost' metallicheskih konstrukcij [Stability of metal structures] Per. s angl. Sislyana ZH. S.; Pod red. Grigolyuka E. I. Moskva: Fizmatgiz, 1959. 544 p.

2. Kuksa L. V., Arzamaskova L. M., Evdokimov E. E. Soprotivlenie materialov v voprosah i zadachah [The resistance of materials in questions and tasks]: uchebno-prakticheskoe posobie: [dlya studentov tekhnicheskikh vuzov ochnoj i zaочноj form obucheniya]. M-vo obrazovaniya i nauki. Ros. Federacii, Volgograd. gos. arhit.-stroit. un-t. Volgograd: Volgogradskij gosudarstvennyj arhitekturno-stroitel'nyj universitet, 2010. 129 p.

3. Ignatyev V.A., Gluhov A.V., Gluhova S.G. i dr. Inzhenernyj vestnik Dona, 2018, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5144](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2018/5144).

4. Kuksa L. V., Klimenko V. I. Ustojchivost' uprochnennyh szhatyh sterzhnej [Stability of hardened compressed rods] M-vo obrazovaniya i nauki Rossijskoj



Federacii, Volgogradskij gos. arhitekturno-stroitel'noy un-t. Volgograd: VolGASU, 2014. 175 p.

5. Kuksa L.V., Evdokimov E.E. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Stroitel'stvo. 2002. №5. pp. 16-21.

6. Perel'muter A.V., Slivker V.I. Raschyotnye modeli sooruzhenij i vozmozhnost' ih analiza. [Design models of structures and the possibility of their analysis]. Izdanie chetvertoe, pererabotannoe i dopolnennoe. 2011. 732 p.

7. Kuksa L.V., Evdokimov E.E. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Stroitel'stvo. 2002. №5. pp. 16-21.

8. Evdokimov E.E., Arzamaskova L.M., Klimenko V.I. Konovalov O.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2018, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5349](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5349).

9. Kuksa L.V., Evdokimov E.E. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Stroitel'stvo. 2002. №5. pp. 16-21.

10. Kuksa, L.V., L.M. Arzamaskova, E.E. Evdokimov and A.V. Sergeev, 2006. Strength of materials, 4(V.38): pp. 404-408.

**Дата поступления: 19.03.2024**

**Дата публикации: 26.04.2024**