

## Оптимизация пусковых процессов с использованием полупроводниковых терморезисторов

*Н.П. Воронова, М.А. Трубицин*

*Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-н-Дону*

**Аннотация:** В статье проведен краткий анализ пусковых процессов электротехнических устройств. Сформулирована математическая постановка задачи синтеза пусковых реостатов и предложено её решение. Представлено основное условие оптимального запуска электродвигателей с помощью терморезисторных реостатов. Приведены оптимальные диаграммы пускового тока, набора оборотов, а также - изменение тепловых потерь в якорной цепи. Даны рекомендации по компоновке пусковых реостатов.

**Ключевые слова:** терморезисторный реостат, оптимальный запуск, тепловая характеристика пуска, задача оптимального управления, двигатель постоянного тока, граничные условия, число оборотов.

В настоящее время виду большого разнообразия и сравнительно малой мощности отдельных потребителей, большое место занимают пусковые устройства, которые, как правило, содержат реостаты, релейные схемы, датчики, промежуточные усилители и т.д. [1]. Эти элементы, вследствие большого количества контактных устройств и многократно повторяющихся режимов включения и выключения, часто выходят из строя, что вызывает повышенные расходы на производственный ремонт. Успехи в развитии полупроводниковой техники позволяют в значительной степени упростить пускорегулирующие схемы, исключить значительное количество контактных устройств, повысить их надежность и, тем самым, упростить и улучшить технологию ремонта [2].

При использовании полупроводниковых термосопротивлений (ПТР) в качестве пусковых сопротивлений для двигателей с повторно-кратковременным режимом работы возникает задача синтеза пусковых реостатов [3,4]. В этой связи целесообразно определить само понятие «оптимальный запуск двигателя» и насколько возможно приблизиться к данному оптимуму с помощью ПТР.

### *Математическая постановка задачи*

Известно, что дифференциальное уравнение, описывающее пусковой процесс в электродвигателе постоянного тока параллельного возбуждения, имеет в относительных единицах следующий вид [5]:

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \dot{\nu} = i - \mu_0 - \mu_i \cdot \nu \quad (1)$$

где  $i$  – ток двигателя

$\mu_0, \mu_i$  – постоянная и линейная составляющие момента сопротивления, отнесенные к номинальным параметрам;

$\nu$  – скорость в относительных единицах, при принятой за единицу времени механической постоянной.

Под оптимальным запуском электродвигателя будем понимать процесс регулирования его тока в течение пускового периода  $\Delta\tau_n$ , при котором выделяемое в якоре тепло минимально. Соответствующую задачу и её решение сформулируем, используя методы вариационного исчисления [5-7].

Необходимо минимизировать функционал:

$$Q = \int_0^{\Delta\tau_n} (\dot{\nu} + \mu_0 + \mu_i \nu)^2 d\tau \quad (2)$$

при изотермическом условии  $\int_0^{\Delta\tau_n} \nu d\tau = \alpha$  (3)

и граничных условиях:  $\tau = 0 \quad \nu = 0$  (4)

$$\tau = \Delta\tau_n \quad \nu = 1 \quad (5)$$

Решение задачи при наличии условия (3) – обеспечение за пусковой период  $\Delta\tau_n$  набора номинального числа оборотов сводится к минимизации функционала Лагранжа [7]

$$F = \int_0^{\Delta\tau_n} [(\dot{\nu} + \mu_0 + \mu_i \nu)^2 + \lambda \nu] d\tau \quad (6)$$

где  $\lambda$  – неопределенный множитель Лагранжа.

Уравнение Эйлера для (6) позволяет найти экстремум

$$v^* = c_1 e^{\mu_1 \tau} + c_2 e^{-\mu_1 \tau} - \frac{\mu_0}{\mu_1} - \frac{\lambda}{2\mu_1^2} = c_1 e^{\mu_1 \tau} + c_2 e^{-\mu_1 \tau} - b \quad (7)$$

Два граничных условия (4) и (5) и изопериметрическое условие (3), которое логично трактовать, как условие трансверсальности  $v^* \tau - \Delta \tau_n = 0$  определяют неизвестные константы экстремумами [8,9]:

$$C_1 = -\frac{1}{1 + e^{2\mu_1 \Delta \tau_n} - 2e^{\mu_1 \Delta \tau_n}},$$
$$C_2 = -\frac{e^{2\mu_1 \Delta \tau_n}}{1 + e^{2\mu_1 \Delta \tau_n} - 2e^{\mu_1 \Delta \tau_n}},$$
$$b = \frac{\mu_0}{\mu_1} + \frac{\lambda}{2\mu_1^2} = -\frac{1 + e^{2\mu_1 \Delta \tau_n}}{1 + e^{2\mu_1 \Delta \tau_n} - 2e^{\mu_1 \Delta \tau_n}} \quad (8)$$

Диаграмма пускового тока определяется следующим образом:

$$i^* = \dot{v} + \mu_0 + \mu_1 v = \mu_1 (2C_1 e^{\mu_1 \tau} - b) + \mu_0$$

На рис 1а, б построены экстремали  $v^*$  и  $i^*$  согласно (7) и (8) при следующих моментах сопротивления:

- 1)  $\mu_0 = 0,1 ; \mu_1 = 0,9$
- 2)  $\mu_0 = 0,5 ; \mu_1 = 0,5$
- 3)  $\mu_0 = 0,9 ; \mu_1 = 0,1$

Начальное значение тока  $i_0$  определяется из (8) при  $\tau = 0$   
 $i_0 = \mu_1 (b - 2C_1) + \mu_0$

Подставив сюда значения  $b$  и  $C$ , получаем следующую зависимость времени пуска от начального тока:

$$\Delta \tau_n = \frac{\ln \frac{i_0 + \mu_1 + \mu_0}{i_0 - \mu_1 - \mu_0}}{\mu_1} \quad (9)$$

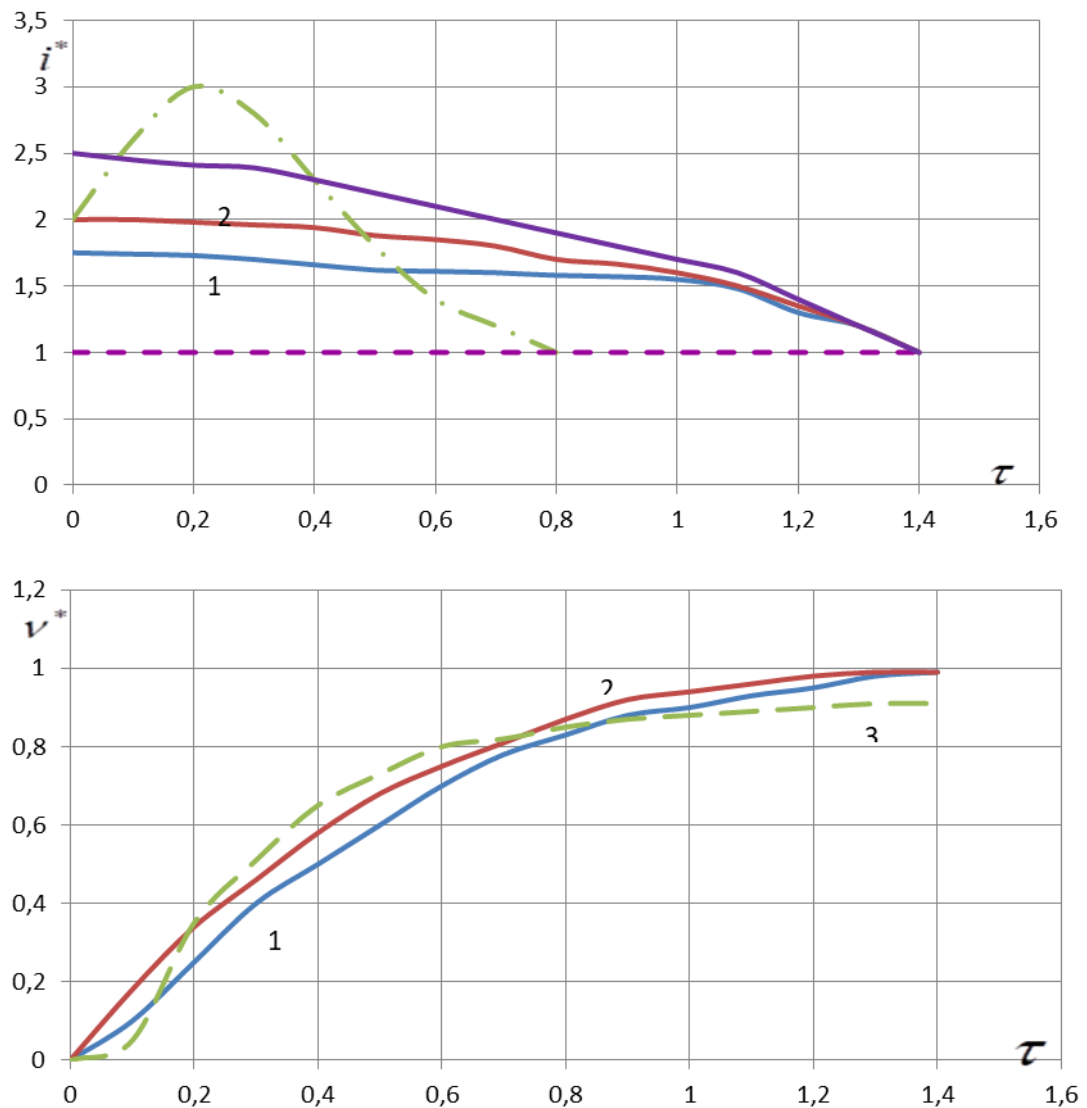


Рис 1. Оптимальные диаграммы пускового тока (а) и набора оборота двигателем (б) (экстремали) при различных моментах сопротивления

### ***Тепловая характеристика запуска***

Важным показателем пускового процесса является зависимость  $Q(\Delta\tau_n)$  тепла выделяемого в якоре двигателя от величины пускового периода  $\Delta\tau_n = \text{var}$  [10]. Последнюю найдем, подставив в (2) значение тока (8).

$$Q = \Delta\tau_n (\mu_1 b - \mu_0)^2 - 4C_1 (\mu_1 b - \mu_0) (e^{\mu_1 \Delta\tau_n} - 1) + 2\mu_1 C_1^2 (e^{2\mu_1 \Delta\tau_n} - 1) \quad (10)$$

Численная реализация полученной формулы представлена на рис.2а. на рис.2б приведено три экстремали тока при моменте сопротивления

$\mu_0 = \mu_1 = 0,5$  для времени пуска:  $\Delta\tau_n = 0,5; 1,4; 3,3$ . Причем, экстремали 2 и 3 практически совпадают, несмотря на внешнее их различие потери тепла на «неоптимальных» экстремалиях при  $\Delta\tau_n = 0,5; 3,3$  лишь на 30% больше величины  $Q^*$ .

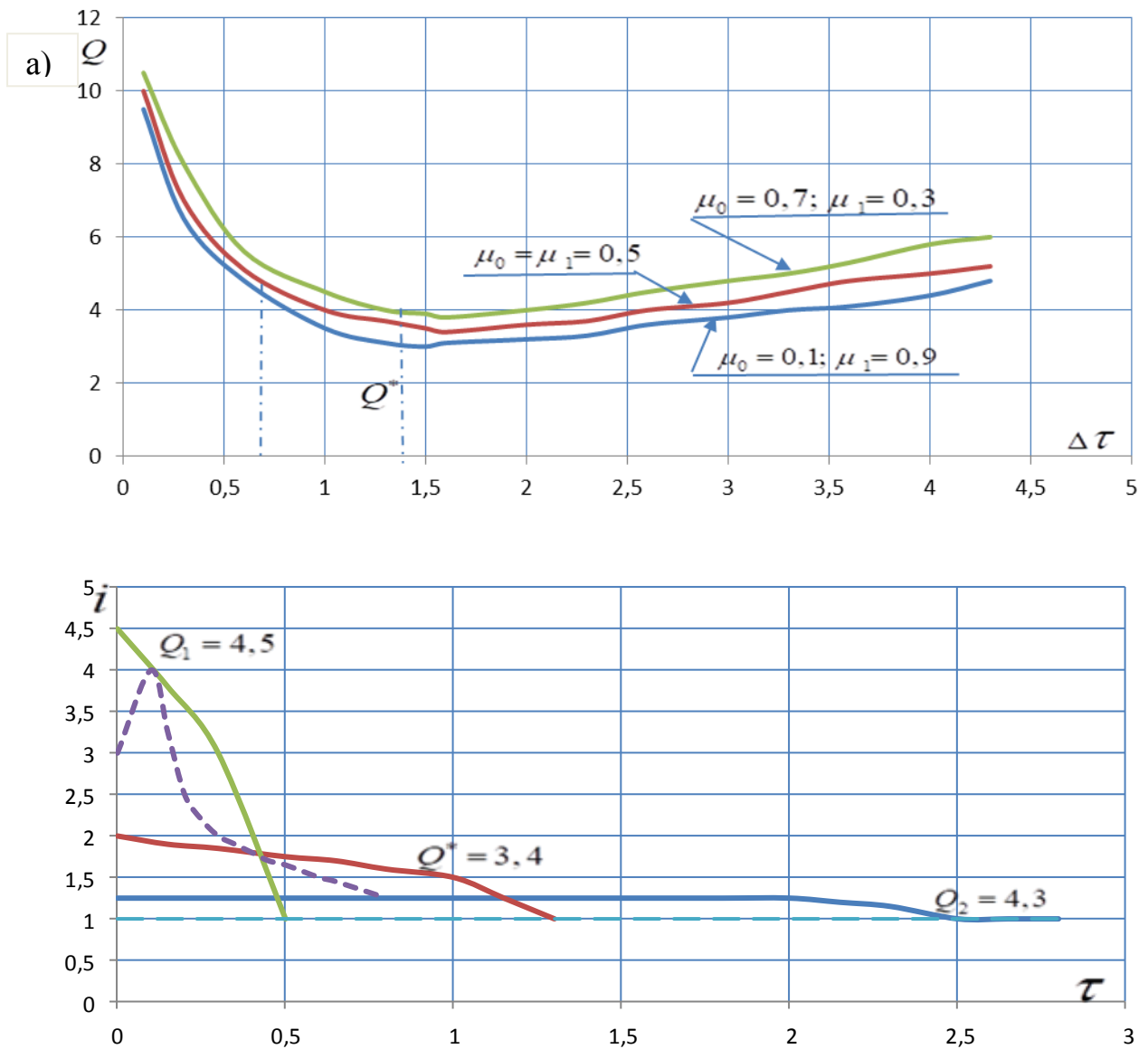


Рис.2. Изменение тепловых потерь в якорной цепи (а) и тока (б) в зависимости от заданного времени пускового процесса

### Выводы

Анализ полученных результатов приводит к двум важным выводам.

Во-первых, время оптимального запуска двигателя  $\Delta\tau_n^*$ , отвечающее минимальным потерям  $Q^*$  в якорной цепи, непродолжительно и приблизительно равно полуторной величине механической постоянной и не выходит за рамки предельно допустимого, определяемого величиной 8–10сек. Это свидетельствует о закономерности поставленной задачи запуска как задачи оптимального управления. Её решение находится внутри допустимой области вариации пусковых характеристик как по току (последний обычно ограничивается 4-х кратной величиной по отношению к номинальному), так и по продолжительности пуска. Во-вторых, зависимость (10) весьма полого в области своего минимума, что свидетельствует в пользу экономической допустимости широкого варьирования как продолжительности пуска ( $0,5 \leq \tau \leq 3,5$ ), так соответствующими диаграммами пусковых токов. Последний вывод представляет интерес в связи с использованием ПТР в качестве пусковых сопротивлений. Дело в том, что как показали проведенные расчеты, динамические характеристики ПТР не позволяют реализовать строго оптимальный запуск, но все же обеспечивают достаточно экономичный пусковой режим (рис.2). На рис.1 и 2 пунктирные кривые иллюстрируют характерную пусковую и скоростную диаграмму двигателя, получаемую с помощью ПТР.

Приведенный в статье аналитический подход и полученные выводы распространяются на пуск всех видов двигателей.

### Литература

1. Krause P.C., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. Analysis of Electric Machinery and Drive Systems.—Wiley-IEEE Press, USA, 2002.198p

2. Ward S, Dahlin T. Improving Reliability for Power System Protection // 58th Annual Protective Relay Conference, Atlanta, GA, April 28-30, 2004. 210p.
3. Воронова Н.П., Трубицин М.А., Микаэльян Е.Ю. Поликристаллические термозависимые полупроводниковые сопротивления коаксиального типа и пусковые устройства на их основе // Инженерный вестник Дона, 2015, №3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015/3101
4. Воронова Н.П., Носков В.Н. Методологические принципы анализа и синтеза пусковых реостатов на термозависимых поликристаллических сопротивлениях // Инженерный вестник Дона, 2019, №9. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/No9y19/6163
5. Юревич Е.И. Теория автоматического управления . 4-е изд. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2016. 560 с.
6. Чиликин М.Г., Сандлер А.С., Общий курс электропривода М., Энергоиздат 1981. 321с.
7. Веников В.А. Теория подобия и моделирования применительно к задачам электротехники. М. Высшая школа 1984. 510с.
8. Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. Издательство «Наука». М. 1966, 176 с.
9. Зорич В.А. Математический анализ. Часть 1, изд. 2-е и доп. М: Физматлит, 1997. 711 с.
10. Пупко В.В., Попивненко В.В. К расчету пускорегулирующих терморезисторных устройств. // Известия вузов «Электромеханика», 1979, №9, с. 26-32.

### References

1. Krause P.C., Wasynczuk O., Sudhoff S D. Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. Wiley-IEEE Press, USA, 2002.
-



2. Ward S, Dahlin T. Improving Reliability for Power System Protection. 58th Annual Protective Relay Conference, Atlanta, GA, April 28-30, 2004. 210p.
3. Voronova N.P., Trubicin M.A., Mikajel'jan E.Ju. Inzhenernyj vestnik Dona, 2015, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive.n3y2015.3101](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2015.3101).
4. Voronova N.P., Noskov V.N., Inzhenernyj vestnik Dona, 2019, №3. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/No9y19/6163](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/No9y19/6163).
5. YUrevich E.I. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya [Automatik kontrol-teoria]. 4-e izd. Sankt-Peterburg: BHV-Peterburg, 2016. 560 p.
6. CHilikin M.G., Sandler A.S., Obshchij kurs elektroprivoda [The General course of the drive]. M., Energoizdat, 1981. 321p.
7. Venikov V.A. Teoriya podobiya i modelirovaniya primenitel'no k zadacham elektrotehniki [Theory of similarity and modeling as applied to problems in electrical engineering.]. M. Vysshaya shkola 1984. 510p.
8. Claf L.YA. Variacionnoe ischislenie i integral'nye uravneniya [Calculus of variations and integral equations]. Izdatel'stvo «Nauka», M., 1966, 176 p.
9. Zorich V.A. Matematicheskij analiz. [ Mathematical analysis] CHast' 1, izd.2e i dop. M, Fizmatlit, 1997, 711 p.
10. Pupko V.V., Popivnenko V.V. Izvestiya vuzov "Elektromexanika". 1979. №9. pp. 26-32.