

Математическое моделирование средств восприятия давления в составе системы воздушных сигналов самолета

Е.Д. Калинов^{1,2}

¹*Ульяновский государственный университет*

²*Ульяновское конструкторское бюро приборостроения*

Аннотация: В статье представлены теоретические основы измерения высоты и скорости полета, математические модели приемников статического (ПСД) и полного (ППД) давлений в составе системы воздушных сигналов (СВС) самолета, учитывающие влияние внешних дестабилизирующих факторов в виде искажения воздушного потока вблизи фюзеляжа и работы системы автоматического регулирования давления (САРД) в гермокабине. Для моделирования и проведения инженерных расчетов внешнего обтекания воздухом фюзеляжа самолета применялся пакет программ ANSYS CFX.

Ключевые слова: приемник воздушных давлений, приемник статического давления, приемник полного давления, математическая модель ПВД, система автоматического регулирования давления, система воздушных сигналов, САРД, СВС, аэродинамический расчет фюзеляжа самолета, измерение высоты полета, измерение скорости полета, ANSYS CFX.

Введение

С каждым днем все больше компаний используют программные продукты инженерного анализа для улучшения аэродинамики летательных аппаратов, моделирования работы двигателей, проектирования гидравлических и механических систем, расчета электромагнитной совместимости оборудования, экологического контроля и для решения других задач, критически важных в области авиастроения. Технологии инженерного анализа играют ключевую роль в развитии проектов по увеличению безопасности полетов и приводят к уменьшению негативного влияния от таких явлений, как шум, обледенение, разряды молний, удары птиц и других повреждений от посторонних объектов. Использование инструментов и расчетной платформы математического моделирования для комплексного междисциплинарного моделирования позволяет оптимизировать все составляющие воздушных судов, начиная от работы отдельных компонентов и узлов до функционирования всей системы в целом.

Обращает на себя внимание сокращение времени на разработку новой продукции. Так, применение средств вычислительной газо-гидродинамики позволило сократить более чем в два раза время проектирования самолета Боинг-787 на стадиях от эскизного проекта до летных испытаний [1].

Система воздушных сигналов самолета предназначена для выдачи основной пилотажной информации и определяет такие параметры движения, как истинная и приборная скорость, число Маха, углы атаки и скольжения, температура наружного воздуха. Статическое и полное давления, воспринимаемые приемниками воздушных давлений, являются одними из первичных параметров системы воздушных сигналов [2].

Система автоматического регулирования давления самолета предназначена для поддержания в гермокабине необходимого давления, обеспечивающего нормальную жизнедеятельность пассажиров и экипажа. В соответствии с нормами летной годности (Авиационные правила. Часть 25.), система обеспечивает состояние «высоты» в кабине не выше 2400 м (т.е. поддерживает абсолютное давление воздуха в кабине не ниже 567 мм рт. ст.) при высоте полета до 7600 м включительно и не выше 4500 м (что соответствует абсолютному давлению, равному 432 мм рт. ст.) при высоте полета свыше 7600 м, обеспечивая эксплуатацию самолета во всех ожидаемых условиях эксплуатации исходя из физиологических возможностей человека. Выпускной клапан САРД предназначен для поддержания в гермокабине избыточного давления и ограничения разряжения [3].

Измерение высоты полета

Для правильного пилотирования и для решения ряда аэронавигационных задач экипажу самолета необходимо знать высоту полета самолета. Один из косвенных способов ее измерения – барометрический способ, основан на зависимости между высотой полета и атмосферным

(статическим) давлением в окружающей самолет среде [4], определяемой принятой Международной Стандартной Атмосферой.

Согласно ISO 2533:1975 Standart Atmosphere, для высот от 0 до 11000 м:

$$P_{cm} = P_0 \left(1 - \frac{\alpha}{T_0} H \right)^{\frac{1}{\alpha R}}, \quad (1)$$

где P_{cm} – статическое давление воздуха на высоте H ;

P_0 – статическое давление воздуха на уровне моря;

α – температурный градиент высоты;

T_0 – 288 К;

H – любая высота от уровня моря до 11000 м;

R – газовая постоянная, равная для воздуха 29,27 м/°С.

На основании этого же уравнения рассчитана таблица Стандартной Атмосферы ГОСТ 4401-81.

Для рассматриваемого диапазона высот можно вывести уравнение абсолютной высоты H_{abc} :

$$-500 \text{ м} \leq H_{abc} \leq 11000 \text{ м};$$

$$107477,58 \text{ Па} \geq P_{cm} \geq 22632,01 \text{ Па}$$

$$H_{abc} = \frac{8,96196 - P_{cm}^{0,1902631}}{0,000202161}. \quad (2)$$

Измерение скорости полета

Скорость движения самолета относительно воздушной среды, в которой он летит, измеряют, используя зависимость между скоростью движения самолета и давлением со стороны встречного потока воздуха. Это давление складывается из двух величин: статического давления, зависящего от плотности окружающего самолет воздуха, и динамического давления, которое зависит от скорости полета самолета и упомянутой плотности

воздуха. Сумма этих давлений называется полным давлением. Полное давление, следовательно, будет равно:

$$P_{\text{полн}} = P_{\text{ст}} + P_{\text{дин}}, \quad (3)$$

где $P_{\text{полн}}$ – полное давление встречного потока воздуха;

$P_{\text{ст}}$ – статическое давление воздуха;

$P_{\text{дин}}$ – динамическое давление воздуха.

Статическое давление зависит от высоты полета и для высот от 0 до 11000 м определяется уравнением (1).

Зависимость между динамическим давлением и скоростью движения самолета выражается уравнением:

$$P_{\text{дин}} = P_{\text{ст}} \left\{ \left[1 + \frac{(k-1)\rho V^2}{25.92kP_{\text{ст}}} \right]^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right\}, \quad (4)$$

где $P_{\text{дин}}$ – динамическое давление воздуха, кг/м²;

$P_{\text{ст}}$ – статическое давление воздуха, кг/м²;

k – коэффициент, равный отношению удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении к удельной теплоемкости его при постоянном объеме; для воздуха $k=1,4$;

ρ – массовая плотность воздуха, кг·с²/м⁴;

V – воздушная скорость самолета, км/час.

В уравнении (4) при различных высотах полета все величины, кроме коэффициента k , являются переменными. Поэтому динамическое давление зависит не только от скорости полета самолета, но также от плотности воздуха и от статического давления, меняющихся в широких пределах в зависимости от высоты [5].

При полетах на больших высотах учет высотной поправки, достигающей весьма значительной величины, которой нельзя пренебрегать, связан с необходимостью вычислений, далеко не всегда осуществимых в

условиях полета (например, на самолетах без штурмана). Это потребовало изготовления указателя скорости, в котором высотная поправка учитывается автоматически (т.е., указателя приборной скорости).

Приборная скорость V_{np} определяется динамическим давлением, и при $P_{дин} \leq 90475,6 \text{ Па}$ может быть определена по формуле:

$$V_{np} = 2739,314 \sqrt{\left(\frac{P_{дин}}{101325} + 1 \right)^{\frac{1}{3,5}} - 1}. \quad (5)$$

Кроме высотных, в авиаприборах необходимо учитывать аэродинамические поправки, величины и характер которых индивидуален для каждого типа летательного аппарата. На восприятие полного давления оказывает влияние скос потока вследствие особенностей формы головки приемника. Исследования [6] показали, что цилиндрическая форма воспринимающей части имеет наилучшие угловые характеристики в условиях дозвуковой скорости. Аэродинамические поправки стараются минимизировать, располагая приемники в таком месте, где искажение воздушного потока будет наименьшим. Часто в качестве статического приемника используются отверстия на боковой поверхности фюзеляжа. На сверхзвуковых самолетах приемники выносят за пределы фюзеляжа для исключения влияния головного скачка уплотнения.

Математическое моделирование внешнего обтекания воздушным потоком передней части фюзеляжа самолета

Для проведения математического моделирования внешнего обтекания фюзеляжа самолета и оценки влияния сбрасываемого системой САРД воздуха на восприятие давления бортовыми приборами самолета использовалась САЕ-система ANSYS CFX.

Пакет ANSYS CFX является высокопроизводительным программным инструментом для вычислительной газо-гидродинамики широкого спектра

применения [7], состоит из 5 приложений, которые обмениваются информацией, возникающей в процессе постановки и решения задач гидродинамики [8] (рис. 1).

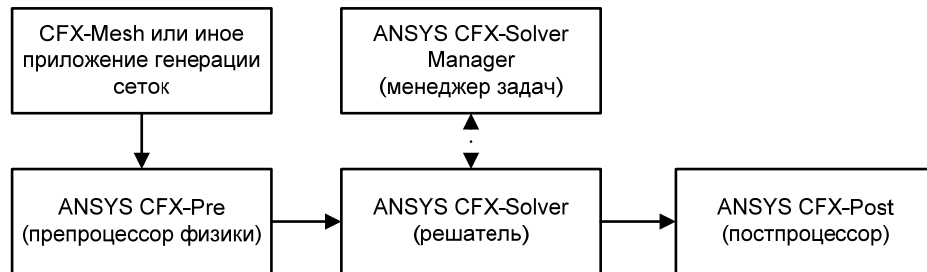


Рис. 1. – Схема постановки и решения задачи с использованием пакета ANSYS CFX

Рассматривалось 4 расчетных случая: с учетом сбрасываемого клапаном САРД воздуха, при 3 вариантах расположения клапана и без него при 6 режимах полета.

На основе данных об истинной скорости и высоте полета, согласно ГОСТ 4401-81 (Атмосфера стандартная. Параметры), дополнительно были определены необходимые для расчета данные (таблица 1).

Таблица № 1

Характеристика набегающего потока воздуха

№ п / п	Высота, м	Т, °С	Статическое давление, Па	Плотность, $\frac{кг}{м^3}$	Скорость			α, град	β, град
					Истинная, $\frac{км}{ч}$	Истинная, $\frac{м}{с}$	Приборная, $\frac{км}{ч}$		
1	1,524	15	101306,9	1,224823	194,46	54,02	194,44	0	0
					277,8	77,17	277,79		
2	4876,8	-17	54889,77	0,745634	370,4	102,89	290,89	15	0
					555,6	154,33	409,3		
3	10058,4	-50	26171,92	0,409276	463	128,61	272,07	0	0
					833,4	231,5	424,96		

Согласно техническим характеристикам системы автоматического регулирования давления, максимальный расход Q воздуха через клапан

САРД – 2700 м³/ч, температура сбрасываемого воздуха 20°C. По данным геометрической модели (площадь S сбрасывающей части клапана 0,035665 м²) вычислена постоянная скорость V(SARD) сбрасываемого клапаном воздуха, заданная при проведении моделирования:

$$V(SARD) = \frac{Q}{S} = \frac{2700}{0.035665} \approx 75704.47217 \left(\frac{м}{ч} \right) \approx 21,02902 \left(\frac{м}{с} \right).$$

На рис. 2 указаны места установки приемников воздушных давлений и три варианта расположения клапана САРД для проведения математического моделирования внешнего обтекания воздушным потоком передней части фюзеляжа самолета.

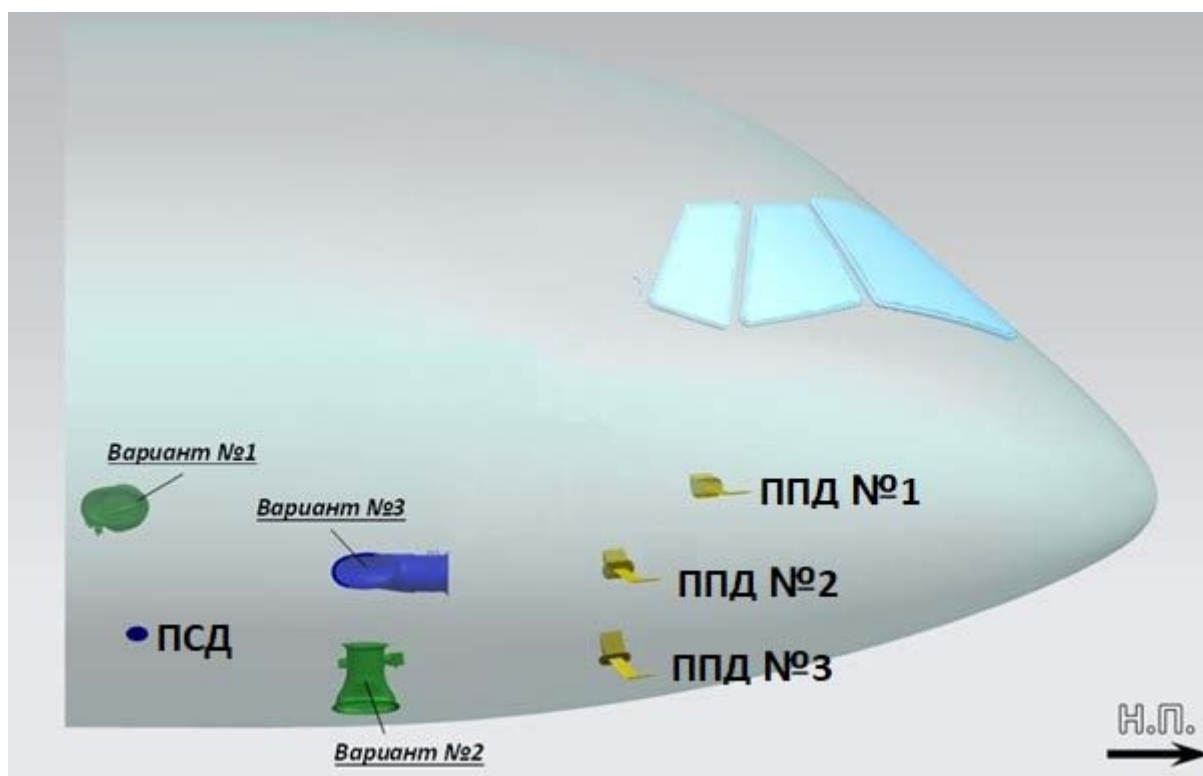


Рис. 2. – Места установки приемников воздушных давлений и варианты расположения клапана САРД

В связи с необходимостью размещения клапана САРД среди прочих систем и оборудования на поверхности фюзеляжа, конструкция сопла клапана имеет различную форму в зависимости от варианта расположения клапана.

Для оценки влияния места расположения клапана САРД на восприятие давлений в условиях отсутствия в геометрической модели детализованных (с камерами статического давления) приемников ППД были рассмотрены значения статических давлений в местах установки приемников ППД №1-№3 и плиточного приемника ПСД, представленных в модели. Расчет высоты и приборной скорости проводили по рассчитанным в модели статическим давлениям, при этом принималось, что полное давление воспринимается без искажений, и динамические давления определялись в соответствии с аэродинамическими таблицами ГОСТ 5212-74.

При проведении моделирования объем воздуха, обтекающего фюзеляж, представляет собой прямоугольный параллелепипед со сторонами 35x17x17 (м) (рис.3).

Построение конечно-элементной модели расчетной области проводилось в модуле AnsysMesh. Сетка имеет более 67 млн. элементов и 12 млн. узлов. Для проведения более точного расчета параметров воздуха вблизи фюзеляжа было использовано измельчение сетки в пристеночных слоях с использованием опции «Inflation».

Настройки аэродинамического расчета задавались в модуле CFX-Pre. В настройках типа анализа был выбран тип SteadyState (статический – установившееся течение), в настройках расчетной области Domain указываются значения плотности воздуха, статического давления, направление и величина гравитации.

На поверхности, являющейся «входом» расчетной области («Inlet»), указывалась величина истинной скорости набегающего потока и его температура; на «выходе» («Outlet») – статическое давление невозмущенного потока. Границы области воздуха были заданы как стенки со свободным скольжением потока (FreeSlipWall), поверхность фюзеляжа задана стенкой, учитывающей прилипание воздуха (NoSlipWall).

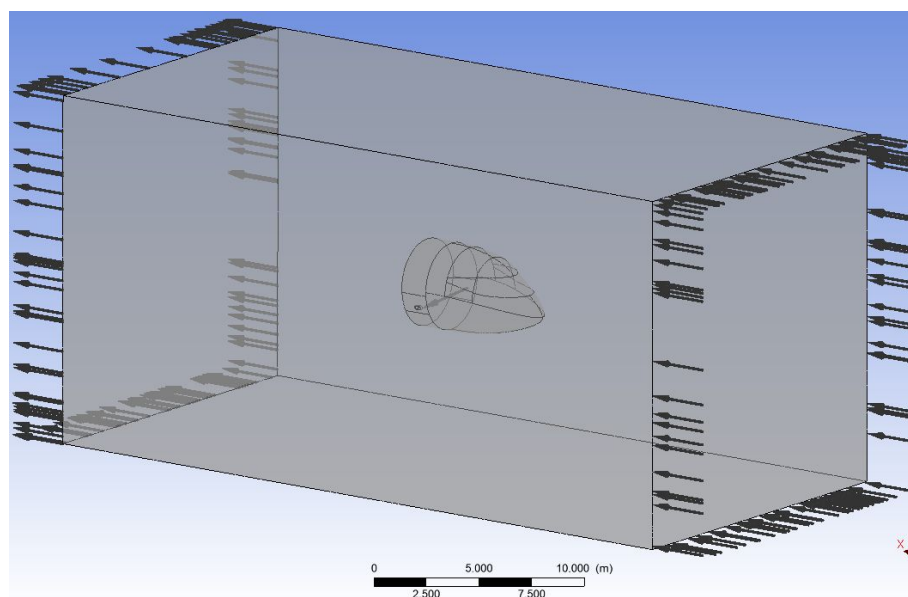


Рис. 3. – Расчетная область и направление потока воздуха, обтекающего фюзеляж

На поверхности клапана САРД задавалась скорость и температура сбрасываемого воздуха при максимальном расходе.

Настройки решателя были заданы в SolverControl: указывались минимальное и максимальное количество итераций (Min./Max.Iterations), а также максимальный шаг счета по времени (MaximumTimescale) в зависимости от скорости воздушного потока.

В разработанных расчетных моделях применялась модель турбулентности SST (Shear Stress Transport) [9], как наиболее универсальная модель турбулентности при выполнении математического моделирования средств восприятия давления [10,11].

Результаты моделирования

В результате проведенного моделирования были получены значения избыточного давления и истинной скорости в местах установки приемников и градиенты изменения этих параметров по поверхности фюзеляжа самолета.

На рис. 4 представлено распределение давления по фюзеляжу и поверхности, образованной смещением части фюзеляжа в местах установки

ППД на расстояние 145 мм от исходного расположения фюзеляжа (расстояние от фюзеляжа до носиков ППД). Контур поверхности выделен черным.

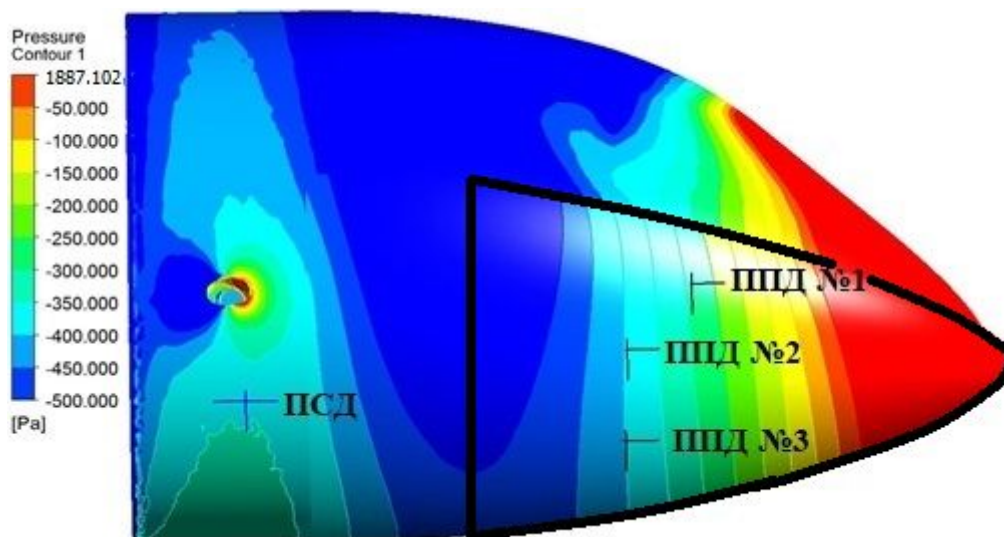


Рис. 4 – Распределение давления в местах установки приемников ППД и по фюзеляжу (вариант расположения №1), $V_{ист}=54,02$ м/с, $\alpha=0^\circ, \beta=0^\circ$

По результатам математического моделирования внешнего обтекания передней части фюзеляжа самолета воздушным потоком согласно зависимостям (2), (5) были рассчитаны значения приборной скорости $V_{пр}$ (таблица 2) и высоты $H_{расч}$ (таблица 3) для каждого расчетного случая.

Таблица № 2

Значения приборной скорости, полученные по результатам моделирования

№ п/п	Приемник	α, град	β, град	H _з , м	V _{пр_з} , км/ч	V _{пр} , км/ч				ΔV _{пр} , км/ч				ΔV _{пр(none)} , км/ч		
						Вариант расположения				Вариант расположения				Вариант расположения		
						№1	№2	№3	none	№1	№2	№3	none	№1	№2	№3
1	ППД №1	0	0	1,524	194,44	209,36	209,60	214,79	209,12	14,92	15,16	20,35	14,68	0,24	0,48	5,67
					277,79	290,32	293,1	303,54	285,35	12,53	15,31	25,75	7,56	4,97	7,75	18,19
	ППД №2				194,44	211,53	214,74	219,18	210,00	17,09	20,3	24,74	15,56	1,53	4,74	9,18
					277,79	310,25	314,44	311,72	310,72	32,46	36,65	33,93	32,93	-0,47	3,72	1
	ППД №3				194,44	210,73	214,70	214,43	211,52	16,29	20,26	19,99	17,08	-0,79	3,18	2,91
					277,79	310,08	307,23	312,94	310,9	32,29	29,44	35,15	33,11	-0,82	-3,67	2,04
2	ППД №1	15	0	4876,8	290,89	323,02	325,06	328,62	322,99	32,13	34,17	37,73	32,1	0,03	2,07	5,63
					409,3	436,45	438,04	439,66	435,61	27,15	28,74	30,36	26,31	0,84	2,43	4,05
	ППД №2				290,89	306,64	308,03	309,15	305,09	15,75	17,14	18,26	14,2	1,55	2,94	4,06
					409,3	436,84	431,38	440,27	436,7	27,54	22,08	30,97	27,4	0,14	-5,32	3,57
	ППД №3				290,89	306,60	307,45	305,61	306,07	15,71	16,56	14,72	15,18	0,53	1,38	-0,46
					409,3	422,98	410,36	432,56	419,96	13,68	1,06	23,26	10,66	3,02	-9,6	12,6
3	ППД №1	0	0	10058,4	272,07	308,81	309,01	312,65	307,78	36,74	36,94	40,58	35,71	1,03	1,23	4,87
					424,96	475,41	478,85	477,38	475,3	50,45	53,89	52,42	50,34	0,11	3,55	2,08
	ППД №2				272,07	308,50	316,81	308,54	302,31	36,43	44,74	36,47	30,24	6,19	14,5	6,23
					424,96	484,41	489,9	488,6	484,31	59,45	64,94	63,64	59,35	0,1	5,59	4,29
	ППД №3				272,07	315,01	317,17	316,21	310,53	42,94	45,1	44,14	38,46	4,48	6,64	5,68
					424,96	485,01	484,49	485,3	485,12	60,05	59,53	60,34	60,16	-0,11	-0,63	0,18

Прим.: $\Delta V_{пр} = V_{пр} - V_{пр_з}$; $\Delta V_{пр(none)} = V_{пр} - V_{пр(none)}$

Таблица № 3

Значения высоты, полученные по результатам моделирования

№ п/	Прием ник	α, град	β, град	H _з , м	V _{ист_з} , км/ч	V _{пр_з} , км/ч	H _{расч} , м			
							Вариант расположения			
							№1	№2	№3	none
1	ПСД	0	0	1,524	194,46	194,44	36,32	32,03	29,84	41,91
					277,8	277,79	69,62	87,04	88,25	65,79
2		15	0	4876,8	370,4	290,89	5009,27	5005,30	5007,39	5009,11
					555,6	409,3	5162,65	5047,81	5201,68	5171,82
3		0	0	10058,4	463	272,07	10296,23	10310,20	10322,65	10237,43
					833,4	424,96	10994,81	11104,24	11135,37	11042,26

№ п/	Прием ник	α, град	β, град	H _з , м	V _{ист_з} , км/ч	V _{пр_з} , км/ч	ΔH _{расч} , м				ΔH _{расч(none)} , м		
							Вариант расположения				Вариант расположения		
							№1	№2	№3	none	№1	№2	№3
1	ПСД	0	0	1,524	194,46	194,44	34,80	30,51	28,32	40,39	-5,59	-9,88	-12,07
					277,8	277,79	68,09	85,51	86,72	64,27	3,83	21,25	22,46
2		15	0	4876,8	370,4	290,89	132,47	128,50	130,59	132,31	0,16	-3,81	-1,72
					555,6	409,3	285,85	171,01	324,88	295,02	-9,17	-124,01	29,86
3		0	0	10058,4	463	272,07	237,83	251,80	264,25	179,03	58,80	72,77	85,22
					833,4	424,96	936,41	1045,84	1076,97	983,86	-47,44	61,98	93,11

Прим.: $\Delta H_{расч} = H_{расч} - H_{з}$; $\Delta H_{расч(none)} = H_{расч} - H_{расч(none)}$

Заключение

Разработаны математические модели приемников статического и полного давлений из состава системы воздушных сигналов самолета, учитывающие влияние внешних дестабилизирующих факторов в виде искажения воздушного потока вблизи фюзеляжа и работы системы автоматического регулирования давления (САРД) в гермокабине.

По результатам исследований разработанных моделей были сделаны следующие выводы:

1) Любой из рассмотренных вариантов расположения клапана САРД оказывает влияние на восприятие давления.

2) При варианте расположения № 1 клапана система САРД оказывает наименьшее влияние на восприятие статического давления приемниками воздушных давлений, выраженное в единицах высоты и скорости (103% против 341% и 378% в среднем для высоты и 0,53% против 1,48 и 15,06% в среднем для скорости).

Таким образом, применение средств инженерного анализа, таких как пакет ANSYS CFX, позволяет оценить влияние различных особенностей конструкции фюзеляжа самолета и прочих факторов на работу системы воздушных сигналов и определить оптимальный вариант размещения оборудования на борту.

Дальнейшее развитие моделей авиационных приборов и численных методов их расчета, определяющее повышение эффективности и качества проектирования, связано не только с использованием существующих комплексов программ типа ANSYS, но и с применением новых комплексов программ, основанных на использовании современных достижений вычислительной математики, изложенных, например, в работах [12,13] и др.

Литература

1. Contributions of CFD to the 787 – and Future Needs. The Boeing Company / Douglas N. Ball, 2008.
2. Ключев Г.И., Макаров Н.Н, Солдаткин В.М., Ефимов И.П. Измерители аэродинамических параметров летательных аппаратов / Под ред. Мишина В.А. Ульяновск: УлГТУ, 2005. 509 с.
3. Клёмина Л.Г., Петров Ю.В. Системы самолетов, вертолетов и двигателей. Часть 5. Системы автоматического регулирования давления в гермокабинах транспортных самолетов. М.: МГТУ ГА, 2014. 48 с.
4. Прилепский В. А., Яковенко Н.А. Авиационные приборы // Самара, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т), 2012. 1 эл. опт. диск (CD-ROM).
5. Горбачев Ф.А., Мелкобродов Е.А. Физические основы устройства и работы авиационных приборов. М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1953. 523 с.
6. Wind-tunnel investigation of a number of total-pressure tubes at high angles of attack subsonic, transonic and supersonic speeds: NASA Technical Report 1303 / William Gracey, 1956. С. 495-504.
7. ANSYS CFX URL: ansys.com/products/fluids/ansys-cfx (дата обращения: 20.08.2019).
8. Денисов М. А. Компьютерное проектирование. ANSYS. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. 77 с.
9. Langley Research Center. Turbulence Modeling Resource // The Menter Shear Stress Transport Turbulence Model URL: turbmodels.larc.nasa.gov/sst.html (дата обращения: 20.08.2019).

10. Дубинина М.М., Сорокин М.Ю. Выбор модели турбулентности для математического моделирования зондовых средств восприятия давлений // Датчики и системы. 2013. №6 (169). С. 9-13.
11. Цыбина М.М. Разработка и исследование приемников воздушных давлений для систем бортового оборудования вертолета: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.05. Ульяновск, 2017. 185 с.
12. Леонтьев В.Л., Риков Е.А. Интегральные преобразования, связанные с ортогональными финитными функциями, в задачах спектрального анализа сигналов // Математическое моделирование. 2006. Т. 18. №7. С. 93-100.
13. Горбунов И.В., Ефременков И.В., Леонтьев В.Л. Моделирование процесса сверления с помощью SPH и конечно-разностных методов // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2014. Т. 16. № 1-5. С. 1346-1351.

References

1. Contributions of CFD to the 787 – and Future Needs. The Boeing Company. Douglas N. Ball, 2008.
2. Klyuyev G.I., Makarov N.N., Soldatkin V.M., Efimov I.P. Izmeriteli aerodinamicheskikh parametrov letatel'nykh apparatov [Measurers of aerodynamic parameters of aircraft]. Pod red. Mishina V.A. Ul'yanovsk: UIGTU, 2005. 509 p.
3. Klëmina L.G., Petrov YU.V. Sistemy samoletov, vertoletov i dvigateley. CHast' 5. Sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya davleniya v germokabinakh transportnykh samoletov [Aircraft, helicopter and engine systems. Environmental control system for air carrier cockpit]. M.: MGTU GA, 2014. 48 p.

4. Prilepskiy V. A., YAkovenko N.A. Aviatsionnyye pribory [Aviation instruments]. Samara, Samar. gos. aerokosm. un-t im. S. P. Koroleva (nats. issled. un-t), 2012. 1 el. opt. disk (CD-ROM).
 5. Gorbachev F.A., Melkobrodov E.A. Fizicheskiye osnovy ustroystva i raboty aviatsionnykh priborov [Physical fundamentals of aviation instruments design and operation]. M.: Gosudarstvennoye izdatel'stvo oboronnoy promyshlennosti, 1953. 523 p.
 6. Wind-tunnel investigation of a number of total-pressure tubes at high angles of attack subsonic, transonic and supersonic speeds: NASA Technical Report 1303. William Gracey, 1956. pp. 495-504.
 7. ANSYS CFX URL: ansys.com/products/fluids/ansys-cfx (accessed 20/08/2019).
 8. Denisov M. A. Komp'yuternoye proyektirovaniye. ANSYS. [Computer engineering. ANSYS] Ekaterinburg: Izd-vo Ural. un-ta, 2014. 77 p.
 9. Langley Research Center. Turbulence Modeling Resource. The Menter Shear Stress Transport Turbulence Model URL: turbmodels.larc.nasa.gov/sst.html (accessed 20/08/2019).
 10. Dubinina M.M., Sorokin M.YU. Datchiki i sistemy. 2013. №6 (169). pp. 9-13.
 11. TSybina M.M. Razrabotka i issledovaniye priyemnikov vozdushnykh davleniy dlya sistem bortovogo oborudovaniya vertoletov: dis. ... kand. tekhn. nauk [Development and research air pressure probes for helicopter avionics]: 05.13.05. Ul'yanovsk, 2017. 185 p.
 12. Leontyev V.L., Rikov E.A. Matematicheskoe modelirovanie. 2006. V. 18. №7. pp. 93-100.
 13. Gorbunov I.V., Efremenkov I.V., Leontyev V.L. Izvestia Samarskogo nauchnogo centra Rossiyskoy akademii nauk. 2014. V. 16. № 1-5. pp. 1346-1351.
-