

## Классификация особых точек и пространственная структура поля потока мощности в гидроакустических волноводах

*В.А. Лисютин, О.Р. Ластовенко*

*Севастопольский государственный университет, Севастополь*

**Аннотация:** Векторными полями в акустике океана называют поля колебательной скорости и плотности потока мощности. Методами векторного анализа проводится теоретический анализ и классификация особых точек в гидроакустическом волноводе. Моделирование поля потока мощности осуществляется, как произведение полей давления и компонент поля вектора колебательной скорости. Поля давления и колебательной скорости вычисляются методом нормальных волн. Осуществляется моделирование поля потока мощности в гидроакустических волноводах с различными профилями скорости звука и различными акустическими свойствами дна. Выявляются некоторые закономерности расположения особых точек.

**Ключевые слова:** гидроакустический волновод, поле давления, поле колебательной скорости, поле потока мощности, сингулярные точки.

**Введение.** В акустике океана скалярным называют поле звукового давления, а векторными – поля векторов колебательной скорости (КС) и плотности потока мощности (интенсивности) [1,2]. В настоящее время изучаются возможности извлечения дополнительной информации о свойствах нижней границы гидроакустического волновода с помощью анализа пространственной и временной структуры векторных полей. В работе [3] свойства дна восстанавливаются, анализируются импульсные поля давления и колебательных скоростей, в работах [4,5] рассматривается пространственно-временная структура векторных полей шумов судоходства, в работе [6] устанавливаются связи между акустическими свойствами дна и осредненным законом убывания полей колебательной скорости, в работе [7] изучается частотная изменчивость вертикального профиля мод.

**Основные определения и постановка задачи.** Энергетические характеристики волны отражает плотность потока акустической мощности. Для определения плотности потока мощности необходимо знание двух компонент поля – давления (ПД) и колебательной скорости (КС):  $\vec{I}(t) =$

$p(t)\vec{v}(t)$ . Практически имеют дело со средним за период значением плотности потока мощности, называемым вектором интенсивности, активная часть проекции которого на некоторое направление  $\vec{n}$  определяется, как:

$$I_n = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(p^* v_n) = |p v_n| \cos(\arg(p) - \arg(v_n)) = \frac{1}{2} (\operatorname{Re}(p)\operatorname{Re}(v_n) + \operatorname{Im}(p)\operatorname{Im}(v_n)), \quad (1)$$

где \* – символ комплексного сопряжения,  $p$ ,  $v_n$  – комплексные амплитуды,  $\arg(p)$ ,  $\arg(v_n)$  – фазы давления и компонент КС. Кроме активной, поле вектора интенсивности имеет и реактивную часть:

$$Y_n = \frac{1}{2} \operatorname{Im}(p^* v_n) = |p v_n| \sin(\arg(p) - \arg(v_n)) = \frac{1}{2} (\operatorname{Im}(p)\operatorname{Re}(v_n) - \operatorname{Re}(p)\operatorname{Im}(v_n)). \quad (2)$$

Из (1) и (2) видно, что амплитудные и разностно-фазовые соотношения между ПД и КС отражают особенности поля вектора интенсивности. В случае синфазности  $p$  и  $v_n$  в поле плоской бегущей в безграничном пространстве волны, вектор интенсивности направлен вдоль направления распространения волны перпендикулярно фазовому фронту, и чисто активен. Присутствие в среде нескольких когерентных источников или наличие границ порождает и существование реактивной части поля вектора интенсивности. Активная часть характеризует процесс переноса акустической энергии в среде, вектор активного потока ортогонален к поверхности постоянной фазы; реактивная часть несет информацию о распределении в пространстве плотности потенциальной энергии поля, т.е. уровня звукового давления, а вектор реактивного потока ортогонален к поверхности равного уровня звукового давления [1].

Графически поле вектора интенсивности потока изображают линиями тока энергии (streamlines). Вектор интенсивности потока в каждой точке направлен по касательной к линии тока энергии.

При многомодовом характере распространения возникают особые точки, где горизонтальная и вертикальная компоненты вектора интенсивности равны нулю. Между этими точками направление тока энергии в волноводе изменяется на обратное [1].

Следуя ниже в основном работам [8,9] с некоторыми упрощениями, рассмотрим классификацию особых точек линий тока интенсивности.

**Классификация особых точек вектора интенсивности.** Поскольку линии тока интенсивности в точке  $(r, z)$  касательны к вектору интенсивности  $\vec{I}(r, z) = \{I_r(r, z); I_z(r, z)\}$  в  $(r, z)$ , и рассматривая  $r$  и  $z$  как функции «координатного параметра траектории»  $s$ , т.е.  $r(s)$ ,  $z(s)$ , можно записать дифференциальное уравнение линий тока в виде:

$$\frac{dz(s)}{dr(s)} = \frac{I_z(r, z, s)}{I_r(r, z, s)}, \quad I_z(r, z, s)dr(s) - I_r(r, z, s)dz(s) = 0, \quad (3)$$

или в эквивалентном виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\dot{z}(s) = I_z(r, z, s), \quad \dot{r}(s) = I_r(r, z, s). \quad (4)$$

Особые точки – такие, где вектор интенсивности есть нуль-вектор,  $\vec{I}(r, z) = 0$ , и правая часть первого уравнения (3) есть неопределенность.

В стационарном звуковом поле левая часть второго уравнения (3) есть полный дифференциал скалярной функции «потенциал интенсивности»  $\Psi(r, z)$ , связанной с компонентами вектора интенсивности потока, как:

$$I_r(r, z) = \frac{\partial \Psi(r, z)}{\partial z}, \quad I_z(r, z) = -\frac{\partial \Psi(r, z)}{\partial r}. \quad (5)$$

Это следует из условия  $\text{div } \vec{I} = 0$  – в жидкости нет источников или стоков энергии. Вдоль каждой линии тока потенциал потока  $\Psi$  сохраняет свое постоянное значение  $\Psi(r, z) = \text{Const} = C$ , различное для различных линий тока. Разность уровней  $C_1, C_2, \dots$  пропорциональна интенсивности потока мощности, однако уровни не определяют никаких направлений, направление задается вектором интенсивности потока мощности.

Точки  $(r_0, z_0)$  функции потенциала потока являются критическими, если

$$\frac{\partial \Psi(r_0, z_0)}{\partial r} = 0, \frac{\partial \Psi(r_0, z_0)}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Невырожденная критическая точка может быть относительным максимумом, минимумом или седловой точкой – не максимумом и не минимумом. Сравнение (3) и (4) дает:

$$\dot{r}(s) = \frac{\partial \Psi(r, z)}{\partial z}, \dot{z}(s) = -\frac{\partial \Psi(r, z)}{\partial r}. \quad (7)$$

Сингулярная точка дифференциального уравнения линий тока является критической точкой функции потенциала потока. Пусть  $\mathbb{J}_0$  - якобиан, вычисленный в  $(r_0, z_0)$ :

$$\mathbb{J}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_r(r_0, z_0)}{\partial r} & \frac{\partial I_z(r_0, z_0)}{\partial z} \\ \frac{\partial I_z(r_0, z_0)}{\partial r} & \frac{\partial I_r(r_0, z_0)}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Тогда:

$$\det(\mathbb{J}_0) = \frac{\partial I_r(r_0, z_0)}{\partial r} \frac{\partial I_z(r_0, z_0)}{\partial z} - \frac{\partial I_z(r_0, z_0)}{\partial z} \frac{\partial I_r(r_0, z_0)}{\partial r} = \frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial r^2} \frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial r \partial z}. \quad (9)$$

Если  $\det(\mathbb{J}_0) \neq 0$ , сингулярная точка невырождена и с учетом  $\operatorname{div} \vec{\mathbf{I}} = 0$  может быть только одного из двух типов – центр или седло. В случае  $\det(\mathbb{J}_0) < 0$  сингулярная точка в  $(r_0, z_0)$  – седловая, где  $\Psi(r_0, z_0)$  не имеет ни максимума, ни минимума. Рис. 1а иллюстрирует данную ситуацию. В случае, если  $\det(\mathbb{J}_0) > 0$ , сингулярная точка в  $(r_0, z_0)$  – центр, где  $\Psi(r, z)$  имеет максимум или минимум – рис. 1б.

Направление вращения линий тока вокруг центра может быть определено по знаку проекции ротора вектора  $\vec{\mathbf{I}}(r_0, z_0)$ :

$$\operatorname{rot}(\vec{\mathbf{I}}(r_0, z_0)) = [\vec{\nabla}, \vec{\mathbf{I}}(r_0, z_0)] = \frac{\partial I_z(r_0, z_0)}{\partial r} - \frac{\partial I_r(r_0, z_0)}{\partial z} = -\left[ \frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial z^2} \right].$$

Если  $\det(\mathbb{J}_0) > 0$ ,  $\frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial r^2}$  и  $\frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial z^2}$  имеют одинаковые знаки и отличны от нуля. Если  $\frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial r^2} < 0$ ,  $\Psi(r_0, z_0)$  имеет максимум, и тогда  $(r_0, z_0)$  – центр, вокруг которого линии вектора  $\vec{\mathbf{I}}$  вращаются против часовой стрелки.

Если  $\frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial r^2} > 0$ ,  $\Psi(r_0, z_0)$ , имеет минимум, и тогда  $(r_0, z_0)$  – центр, вокруг которого линии вектора  $\vec{\Gamma}$  вращаются по часовой стрелке.

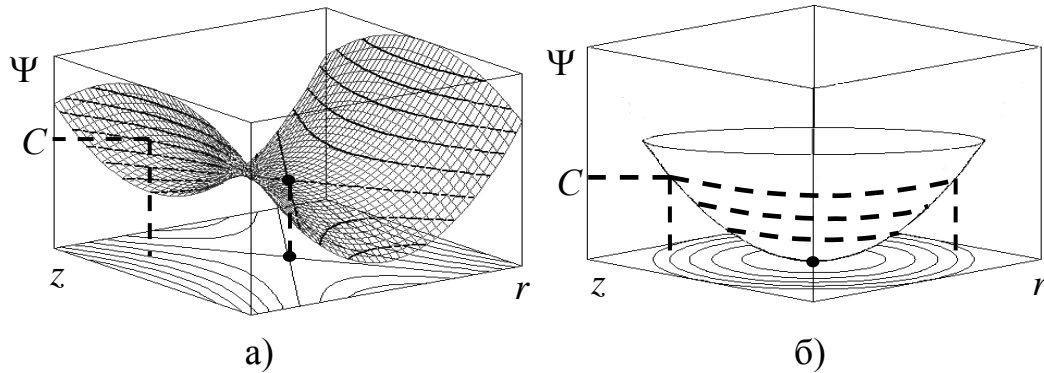


Рис. 1. Седловая точка – а, вихрь – б функции потока

Представим компоненты вектора интенсивности через производные функции потока:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial z} &= \frac{1}{2} |p v_r| \cos(\arg(p) - \arg(v_r)) = \frac{1}{2} (\operatorname{Re}(p)\operatorname{Re}(v_r) + \operatorname{Im}(p)\operatorname{Im}(v_r)), \\ -\frac{\partial \Psi}{\partial r} &= \frac{1}{2} |p v_z| \cos(\arg(p) - \arg(v_z)) = \frac{1}{2} (\operatorname{Re}(p)\operatorname{Re}(v_z) + \operatorname{Im}(p)\operatorname{Im}(v_z)). \end{aligned} \quad (9)$$

Критические точки  $\Psi(r_0, z_0)$ , могут быть в любой из следующих ситуаций: 1)  $\operatorname{Re}(p(r_0, z_0)) = \operatorname{Im}(p(r_0, z_0)) = 0$ ; 2)  $\operatorname{Re}(v_r(r_0, z_0)) = \operatorname{Im}(v_r(r_0, z_0)) = 0$ ,  $\operatorname{Re}(v_z(r_0, z_0)) = \operatorname{Im}(v_z(r_0, z_0)) = 0$ ; 3) аргумент (фаза) давления и колебательной скорости в точке  $(r_0, z_0)$  отличаются на нечетное число  $\pi/2$ ; 4) комбинация двух предыдущих случаев, например  $\operatorname{Re}(v_r(r_0, z_0)) = \operatorname{Im}(v_r(r_0, z_0)) = 0$  и  $(\arg(p) - \arg(v_z)) = \pm \frac{\pi}{2}$ .

Чтобы определить природу критических точек в этих ситуациях, необходимо вычислить вторые частные производные слова от  $\Psi(r, z)$  в терминах давления и колебательной скорости в точках  $(r_0, z_0)$ . Для стационарного двумерного звукового поля, получаем:  $\omega \rho \operatorname{Re}(v_r) = \frac{\partial \operatorname{Im}(p)}{\partial r}$ ,  $\omega \rho \operatorname{Im}(v_r) = -\frac{\partial \operatorname{Re}(p)}{\partial r}$ ,  $\omega \rho \operatorname{Re}(v_z) = \frac{\partial \operatorname{Im}(p)}{\partial z}$ ,  $\omega \rho \operatorname{Im}(v_z) = -\frac{\partial \operatorname{Re}(p)}{\partial z}$ .

Поскольку акустическое поле безвихревое,  $\frac{\partial \text{Re}(v_r)}{\partial z} = \frac{\partial \text{Re}(v_z)}{\partial r}$ ,  $\frac{\partial \text{Im}(v_r)}{\partial z} = \frac{\partial \text{Im}(v_z)}{\partial r}$ .

Используя последние уравнения и (9) получаем:

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}\right) = \frac{1}{2} \rho \omega (\text{Re}(v_r) \text{Im}(v_z) - \text{Im}(v_r) \text{Re}(v_z)) - \frac{1}{2} \left( \text{Re}(p) \frac{\partial \text{Re}(v_z)}{\partial r} + \text{Im}(p) \frac{\partial \text{Im}(v_z)}{\partial r} \right), \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right) = \frac{1}{2} \rho \omega (\text{Re}(v_r) \text{Im}(v_z) - \text{Im}(v_r) \text{Re}(v_z)) + \frac{1}{2} \left( \text{Re}(p) \frac{\partial \text{Re}(v_z)}{\partial r} + \text{Im}(p) \frac{\partial \text{Im}(v_z)}{\partial r} \right), \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z \partial r}\right) = -\frac{1}{2} \left( \text{Re}(p) \frac{\partial \text{Re}(v_z)}{\partial z} + \text{Im}(p) \frac{\partial \text{Im}(v_z)}{\partial z} \right), \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}\right) \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r \partial z}\right)^2 = \frac{1}{4} \rho^2 \omega^2 (\text{Re}(v_r) \text{Im}(v_z) - \text{Im}(v_r) \text{Re}(v_z))^2 - \frac{1}{4} \left( \text{Re}(p) \frac{\partial \text{Re}(v_z)}{\partial z} + \text{Im}(p) \frac{\partial \text{Im}(v_z)}{\partial z} \right)^2. \quad (13)$$

Ротор поля вектора потока задается выражением:

$$\text{rot}(\vec{\mathbf{I}}(r, z)) = -\rho \omega (\text{Re}(v_r) \text{Im}(v_z) - \text{Im}(v_r) \text{Re}(v_z)). \quad (14)$$

Значения этих выражений в точке  $(r_0, z_0)$  могут быть вычислены для разных случаев. Обозначим  $\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}\right)\Big|_0 \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\right)\Big|_0 - \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r \partial z}\right)\Big|_0^2 = \mathbb{D} \neq 0$ .

Пусть ноль давления - в точке  $(r_0, z_0)$ , тогда учитывая (13), получим  $\mathbb{D} = \frac{1}{4} \rho^2 \omega^2 (\text{Re}(v_r) \text{Im}(v_z) - \text{Im}(v_r) \text{Re}(v_z))\Big|_0^2 > 0$ . Учитывая (10), получим:

$$\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}\right) = \frac{1}{2} \rho \omega (\text{Re}(v_r) \text{Im}(v_z) - \text{Im}(v_r) \text{Re}(v_z))\Big|_0 < 0, \quad (15)$$

тогда  $\Psi$  имеет относительный максимум, и циркуляция энергии происходит против часовой стрелки. Если (15)  $\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2}\right) > 0$  то  $\Psi$  имеет минимум, и циркуляция энергии - по часовой стрелке. В этой критической точке, учитывая (13),  $\text{rot}(\vec{\mathbf{I}}(r_0, z_0)) = -\rho \omega (\text{Re}(v_r) \text{Im}(v_z) - \text{Im}(v_r) \text{Re}(v_z))\Big|_0 \neq 0$ .

Таким образом, учитывая (9), получим вычислительный критерий обнаружения центровой точки:  $(\operatorname{Re}(p)\operatorname{Re}(v_r) + \operatorname{Im}(p)\operatorname{Im}(v_r))|_{(r_0, z_0)} = 0$ ,  
 $(\operatorname{Re}(p)\operatorname{Re}(v_z) + \operatorname{Im}(p)\operatorname{Im}(v_z))|_{(r_0, z_0)} = 0$ .

Предположим, что ноль колебательной скорости существует в точке  $(r_0, z_0)$ . тогда из (13) получаем  $\mathbb{D} = \frac{1}{4} \left\{ \left( \operatorname{Re}(p(r_0, z_0)) \frac{\partial \operatorname{Re}(v_z(r_0, z_0))}{\partial r} + \operatorname{Im}(p) \frac{\partial \operatorname{Im}(v_z)}{\partial r} \right)^2 + \left( \operatorname{Re}(p) \frac{\partial \operatorname{Re}(v_r)}{\partial z} + \operatorname{Im}(p) \frac{\partial \operatorname{Im}(v_r)}{\partial z} \right)^2 \right\} < 0$ .

Так как это точка седловая, то в этой критической точке имеем  $\operatorname{rot}(\vec{\mathbf{I}}(r_0, z_0)) = - \left[ \left( \frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial r^2} \right) \Big|_0 + \left( \frac{\partial^2 \Psi(r_0, z_0)}{\partial z^2} \right) \Big|_0 \right] = 0$ .

Далее можно рассмотреть различные ситуации: 1)  $p_0$  вещественно и скорости мнимые, 2)  $p_0$  мнимое и скорости действительны, 3) действительные и мнимые части  $p_0$  и скорости отличны от нуля. Начнем с уравнения:

$$\arg(p(r_0, z_0)) - \arg(v(r_0, z_0)) = \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im}(p(r_0, z_0))}{\operatorname{Re}(p(r_0, z_0))} \right) - \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im}(v(r_0, z_0))}{\operatorname{Re}(v(r_0, z_0))} \right) = \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im}(p(r_0, z_0))\operatorname{Re}(v(r_0, z_0)) - \operatorname{Re}(p(r_0, z_0))\operatorname{Im}(v(r_0, z_0))}{\operatorname{Im}(p(r_0, z_0))\operatorname{Im}(v(r_0, z_0)) + \operatorname{Re}(p(r_0, z_0))\operatorname{Re}(v(r_0, z_0))} \right).$$

Если разность фаз  $\arg(p(r_0, z_0)) - \arg(v(r_0, z_0))$  кратна целому числу  $\pi/2$ , то  $\operatorname{Re}(p(r_0, z_0))\operatorname{Re}(v_r(r_0, z_0)) + \operatorname{Im}(p(r_0, z_0))\operatorname{Im}(v_r(r_0, z_0)) = 0$ ,  
 $\operatorname{Re}(p(r_0, z_0))\operatorname{Re}(v_z(r_0, z_0)) + \operatorname{Im}(p(r_0, z_0))\operatorname{Im}(v_z(r_0, z_0)) = 0$ . Следовательно, в любой из трех упомянутых ситуаций  $\operatorname{Re}(v_r(r_0, z_0))\operatorname{Im}(v_z(r_0, z_0)) - \operatorname{Im}(v_r(r_0, z_0))\operatorname{Re}(v_z(r_0, z_0)) = 0$ .

Итак, установлено, что для активной компоненты поля интенсивности потока мощности сингулярная точка – центр, только если это изолированный ноль давления. Ротор интенсивности потока отличен от нуля. Сингулярная точка есть седловая, если это – изолированный ноль колебательной скорости, или точка, в которой фазы скорости и давления отличаются на нечетное

число  $\pi/2$  или комбинация предыдущих двух ситуаций. Ротор интенсивности потока равен нулю. В седловой точке две ветви направления потока скрещиваются под прямым углом.

**Влияние свойств дна на изменчивость поля вектора интенсивности.** Поля компонент вектора потока мощности вычислялись по формуле (1), поле давления и компонент КС – с помощью программы «KRAKENC», как и в работе [5]. Подробное описание алгоритма программы можно найти в монографии [10]. Трассировка линий тока осуществлялась средствами программы «MATLAB».

На рис. 2 – линии тока энергии в волноводе с песчаным дном и отрицательным градиентом скорости звука в водном слое (придонный звуковой канал). Источник – посередине водного слоя, частота 40 Гц, распространяются три моды, вещественные части горизонтально-волновых чисел:  $\text{Re}\zeta_1=0.165 \text{ м}^{-1}$ ,  $\text{Re}\zeta_2=0.154 \text{ м}^{-1}$ ,  $\text{Re}\zeta_3=0.134 \text{ м}^{-1}$ .

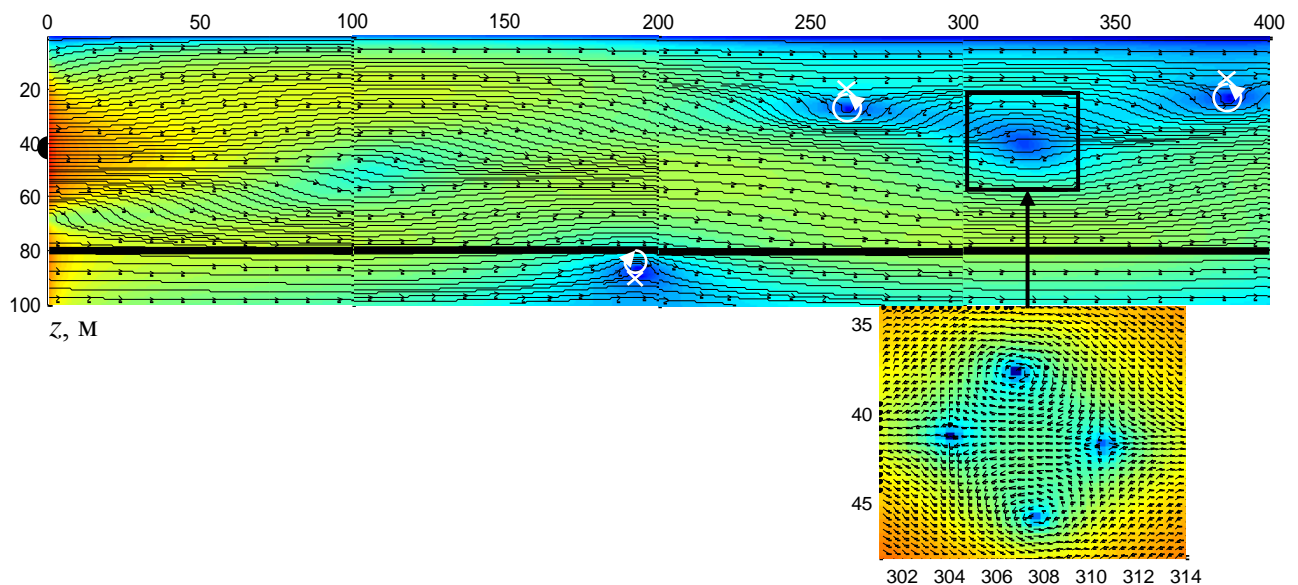


Рис.2. Яркостная картина абсолютной величины потока мощности и линии тока активной энергии. Частота 40 Гц, три моды. Дно – песок.



Яркость пропорциональна абсолютной величине потока. На увеличенном фрагменте, выделенном прямоугольником, поле потока мощности представлено классически – в виде стрелок.

Наиболее устойчивое направление имеют линии тока, расположенные вблизи поверхности. На первых ста метрах происходит каскадное стекание энергии в направлении дна, в дальнейшем формирующее «придонный» поток, струи которого периодически погружаются в промежуточный слой и возвращаются в водный. С ростом расстояния «высвечивание» третьей моды из канала приводит к возникновению одиночных вихрей «двухмодового» типа, постепенно смещающихся к поверхности. Придонные вихри образуются в промежуточном градиентном слое и с ростом расстояния заглубляются. Характерен «сдвоенный» вихрь «трехмодового» типа, показанный на увеличенном фрагменте. Верхний и нижний нули вектора потока соответствуют нулям давления и образуют центры, вихри вокруг которых вращаются в противоположных направлениях, поскольку разность фаз между давлением и колебательной скоростью имеет разные знаки.

Левая седловая точка возникает вследствие того, что разность фаз между давлением и составляющими КС равны нулю  $\Delta\varphi^{pr} = 0$ ,  $\Delta\varphi^{pz} = 0$ , но не равны нулю ни вертикальная, ни горизонтальная компоненты КС. В правой седловой точке  $\Delta\varphi^{pr} = 0$ ,  $v_z = 0$ ,  $v_r \neq 0$ . Характерный пространственный размер вихря – квадрат со стороной  $\approx 4.5$  м, что составляет немного более  $0.1\lambda$  при данной скорости звука.

На рис. 3 показана аналогичная ситуация, но в случае илистого дна, частота 35 Гц. Здесь устойчивы только приповерхностные струи потока мощности, интенсивность которых с ростом расстояния снижается. Энергия каскадом стекает в направлении дна, проникает в промежуточный слой, и в водный слой больше не возвращается. Вследствие быстрого высвечивания

---

высших мод, характер распространения напоминает «одномодовый», вихрей не образуется.

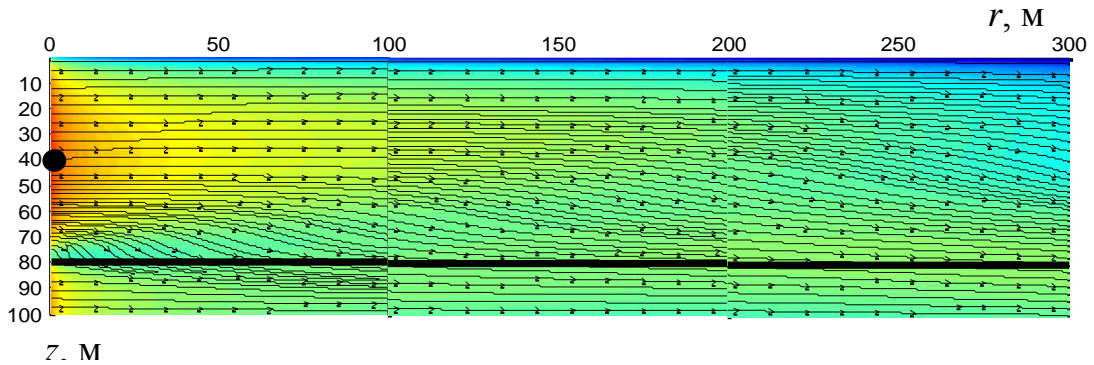


Рис.3. Яркостная картина абсолютной величины потока мощности и линии тока активной энергии. Частота 35 Гц, три моды. Дно – ил.

На рис. 4 – линии тока в волноводе с положительным градиентом скорости звука (приповерхностный звуковой канал) и многомодовый характер распространения звука (26 мод).

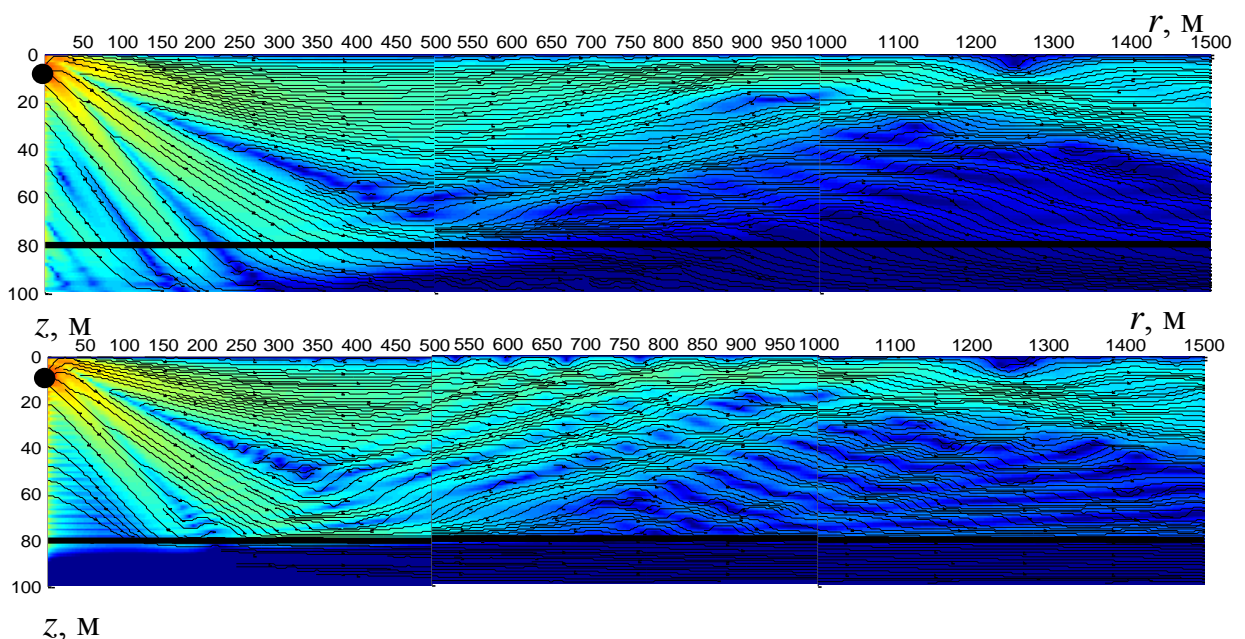


Рис.4. Яркостная картина величины потока мощности и линии тока активной энергии. Частота 500 Гц. Сверху – илистое, снизу – песчаное дно

На этой частоте уже формируется лучевая структура акустического поля и ток энергии направлен вдоль лучей с концентрацией энергии в первой зоне конвергенции. В зонах акустической тени – множественные вихри. Разница между характером распространения энергии в случае илистого или песчаного дна хорошо видна. В случае песчаного дна падающий луч заворачивает в градиентном слое и возвращается в водный слой, в случае илистого дна заворота не происходит, и энергия, распространяющаяся в промежуточном слое, затухает.

Рассмотри теперь случай Черноморского подводного звукового канала в шельфовых районах с глубинами 150 м. Ось канала расположена на глубине 50 м. Источник – на оси канала.

Линии тока энергии в случае распространения трех мод (частота 20 Гц) показаны на рис.5. Линии тока периодически разветвляются в обход особых точек поля и сливаются в области минимума на профиле скорости звука (ПСЗ). Выделяются особые точки «одинарные», за счет взаимодействия 1-й и 2-й мод и «сдвоенные», характерные для трехмодового волновода. Линии тока проникают в промежуточный слой, заворачивают и возвращаются в водный слой. В целом, такая картина характерна для мелкого моря, когда ПСЗ не оказывает существенного влияния.

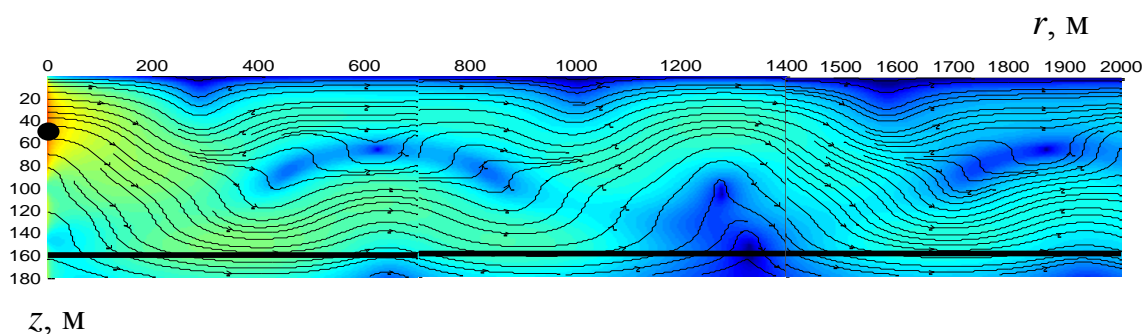


Рис.5. Яркостная картина абсолютной величины потока мощности и линии тока энергии. Частота 20 Гц, три моды. Дно – песок

На рис.6 – картина линий тока энергии в случае многомодового характера распространения звуковой энергии. На частоте 500 Гц формируется «лучевая» структура поля потока мощности, и линии тока энергии оказываются направлены вдоль лучей. Поток энергии, переносимой низшими модами концентрируется в области минимума ПСЗ. С увеличением расстояния, по мере высвечивания высших мод из канала, «побочные» линии тока затухают, и структура потока упрощается.

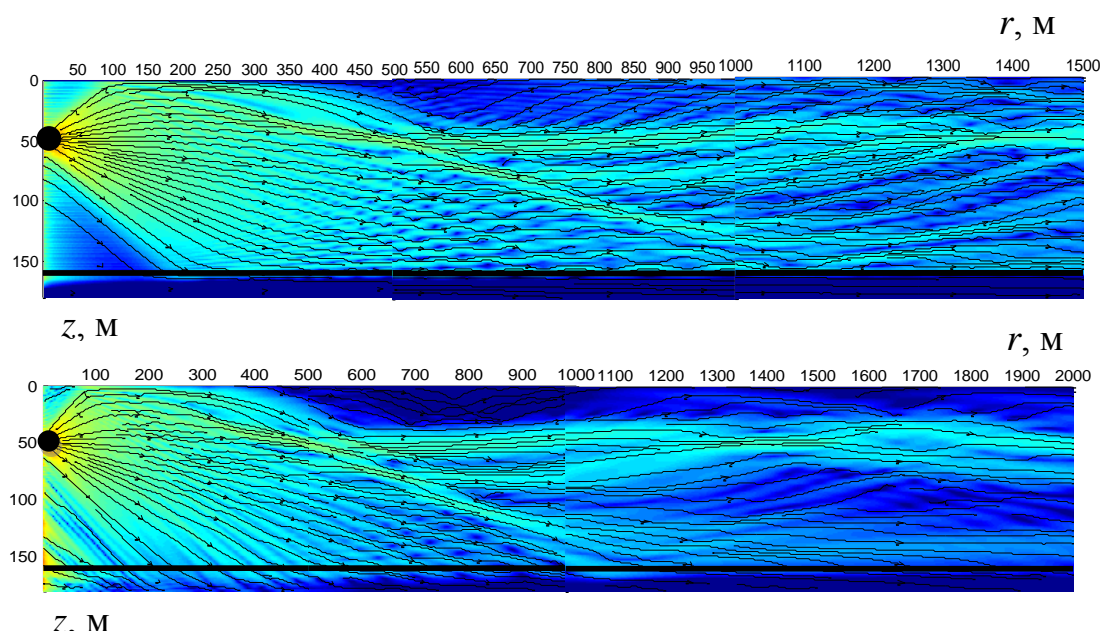


Рис.6. Яркостная картина абсолютной величины потока мощности и линии тока активной энергии. Частота 500 Гц. Сверху – песчаное дно, снизу – илистое дно

**Выводы.** Методами векторного анализа выявлены необходимые и достаточные условия возникновения сингулярных точек вихревого векторного поля потока мощности в гидроакустическом волноводе.

Проведено моделирование поля потока мощности в гидроакустических волноводах с различными профилями скорости звука и акустическими свойствами морских осадков. Показана применимость и результативность метода моделирования.

## Литература

1. Щуров В.А. Движение акустической энергии в океане / В.А. Щуров. – Владивосток: ТОИ ДВО РАН. – 2019. – 204 с.
  2. Елисеевнин В.А. Тужилкин Ю.И. Поток акустической мощности в волноводе // Акуст. журн. 2001. Т.47. № 6. С. 781–788.
  3. Белов А.И., Кузнецов Г.Н. Оценка акустических характеристик поверхностных слоев морского дна с использованием четырехкомпонентных векторно-скалярных приемников // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 194–202.
  4. Dahl P.H., Dall'Osto D.R. Range-dependent inversion for seabed parameters using vector acoustic measurements of underwater ship noise // IEEE J. Ocean. Eng. 2022. V. 47, N. 3. pp. 680–689.
  5. Dahl P. H., Dall'Osto D. R. Estimation of seabed properties and range from vector acoustic observations of underwater ship noise // J. Acoust. Soc. Am. 2020. V. 147. N. 4. pp. EL345–EL350.
  6. Лисютин В.А., Ластовенко О.Р., Рыбакова К.А., Дегтяр А.Д., Петренко Н.В., Савченко Е.В. Численная оценка законов убывания и интерференционной структуры полей давления и колебательной скорости в волноводах морского шельфа // Инженерный вестник Дона, 2022, №9. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2022/7888](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2022/7888).
  7. Лисютин В.А., Ластовенко О.Р., Рыбакова К.А., Лучин В.Л., Петренко Н.В., Ярошенко А.А. Частотная изменчивость вертикального профиля первой нормальной волны давления и колебательной скорости в волноводе мелкого моря // Инженерный вестник Дона, 2021, №8. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2021/7131](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2021/7131).
  8. Schiffrer G. Stanzial D. Energetic properties of acoustic fields // J. Acoust. Soc. Am. 1994. V. 96. N. 6. pp. 3645–3652.
  9. Chien C.F. Waterhouse R.V. Singular points of intensity in two-dimensional sound fields // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 101. N. 2. pp. 705–712.
-



10. Jensen F. B., Kuperman W. A., Porter M. B., Schmidt H. Computational Ocean Acoustics. – N. – Y.: AIP Press. 1994. 578 p.

### References

1. Shchurov V.A. Dvizheniye akusticheskoy energii v okeane. [The movement of acoustic energy in the ocean] Vladivostok: TOI DVO RAN. 2019. 204 p.
2. Yeliseyevnin V.A. Tuzhilkin YU.I. Akust. zhurn. 2001. T.47. № 6. pp. 781–788.
3. Belov A. I., Kuznetsov G. N. Acoust. Phys. 2016. V. 62. N. 2. pp. 194–201.
4. Dahl P.H., Dall'Osto D.R. IEEE J. Ocean. Eng. 2022. V. 47. N. 3. pp. 680–689.
5. Dahl P. H., Dall'Osto D. R. J. Acoust. Soc. Am. 2020. V. 147. N. 4. pp. EL345–EL350.
6. Lisyutin V.A., Lastovenko O.R., Rybakova K.A., Degtyar A.D., Petrenko N.V., Savchenko E.V. Inzhenernyj vestnik Dona. 2022, №9. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2022/7888](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n9y2022/7888)
7. Lisyutin V.A., Lastovenko O.R., Rybakova K.A., Luchin V.L., Petrenko N.V., Yarochenko A.A. Inzhenernyj vestnik Dona. 2021, №8. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2021/7131](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n8y2021/7131).
8. Schiffrer G. Stanzial D. J. Acoust. Soc. Am. 1994. V. 96. N. 6. pp. 3645–3652.
9. Chien C.F. Waterhouse R.V. J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 101. N. 2. pp. 705–712.
10. Jensen F. B., Kuperman W. A., Porter M. B., Schmidt H. Computational Ocean Acoustics. N. Y.: AIP Press. 1994. 578 p.