

Исследование и особенности математической модели ротора Дарье

Д.В. Беляков

*Московский Авиационный Институт (Национальный Исследовательский
Университет), г. Москва*

Аннотация: В рассматриваемой работе разработана математическая модель ветрогенератора, аналогичного ротору Дарье. Рассмотрен режим быстрого вращения турбины или режим авторотации. С помощью метода осреднения получено значение установившейся угловой скорости ветротурбины на режиме авторотации. В компьютерной системе matlab написан комплекс программ и получены результаты численного счета. Они сравниваются с аналитическими оценками. Проведен параметрический анализ геометрических размеров ветротурбины для получения заданной мощности. Показаны преимущества и недостатки этой конструкции по сравнению с другими типами ветротурбин. В результате этих расчетов можно сделать вывод о том, что ветрогенераторы Дарье будут эффективными только для получения небольшой мощности и при небольших размерах. Устройства больших размеров требуют слишком дорогого обслуживания.

Ключевые слова: Ветротурбина, режим авторотации, устойчивость, геометрические размеры.

Данная статья посвящена исследованию математической модели ветротурбины Дарье. Она обладает преимуществами перед генераторами с горизонтальной осью, такими, как независимость от направления потока ветра, имеет более высокие коэффициенты быстроходности и энергии ветра. Сама конструкции очень проста при изготовлении. Не требуется устройство для запуска. Одним из недостатков рассматриваемой модели являются сильные нагрузки на ось вращения, что приводит к ее выходу из строя. Аналогичная задача с двумя лопастями рассматривалась в работах [1,2] (см. рис.1). Таким образом, будет рассмотрена конструкция ротора Дарье с

четырьмя лопастями, которая может быть использована, как перспективный источник использования энергии ветра.

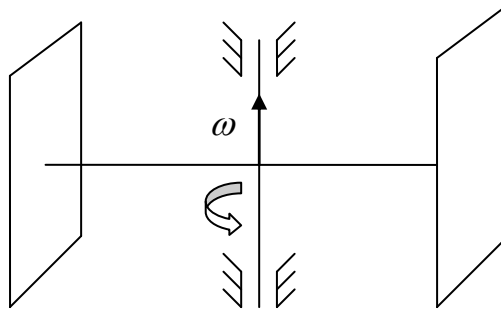


Рис. 1. Ротор Дарье с двумя лопастями

Постановка задачи.

Рассмотрим вращение ветротурбины Дарье с вертикальной осью, состоящей из двух ортогональных стержней и четырех пластинок под действием воздушного потока. Каждая пластинка отклонена на угол δ относительно нормали к стержню (Рис. 2). Аэродинамические силы формируются с помощью квазистатического обтекания пластинки средой. Точки приложения аэродинамических сил называются центрами давления. В рассматриваемой задаче центры давления неподвижны. Модули сил аэродинамического воздействия квадратичным образом зависят от воздушных скоростей центров давления [3,4]. Такая модель на основном рабочем режиме хорошо согласуется с результатами эксперимента.

Аэродинамические силы пластинок, имеют два вида: силы сопротивления $\vec{S}_A, \vec{S}_B, \vec{S}_C, \vec{S}_D$, направленные против воздушных скоростей центров давления, $\vec{V}_A, \vec{V}_B, \vec{V}_C, \vec{V}_D$ и подъемные силы $\vec{P}_A, \vec{P}_B, \vec{P}_C, \vec{P}_D$, направленные по нормали к ним. Здесь $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ - углы атаки между векторами $(\vec{V}_{AO}, \vec{V}_{BO}, \vec{V}_{CO}, \vec{V}_{DO})$ и воздушными скоростями $\vec{V}_A, \vec{V}_B, \vec{V}_C, \vec{V}_D$, c_x, c_y - безразмерные аэродинамические функции, ρ - плотность среды, σ -

значение площади каждой пластинки. Зависимости c_x, c_y определены из продувок в аэродинамической трубе [5].

$$\begin{aligned} |\vec{S}_A| &= s(\alpha + \delta)V_A^2 = 0.5\rho\sigma c_x(\alpha + \delta)V_A^2, |\vec{P}_A| = p(\alpha + \delta)V_A^2 = 0.5\rho\sigma c_y(\alpha + \delta)V_A^2 \\ |\vec{S}_B| &= s(\beta + \delta)V_B^2 = 0.5\rho\sigma c_x(\beta + \delta)V_B^2, |\vec{P}_B| = p(\beta + \delta)V_B^2 = 0.5\rho\sigma c_y(\beta + \delta)V_B^2 \\ |\vec{S}_C| &= s(\gamma + \delta)V_C^2 = 0.5\rho\sigma c_x(\gamma + \delta)V_C^2, |\vec{P}_C| = p(\gamma + \delta)V_C^2 = 0.5\rho\sigma c_y(\gamma + \delta)V_C^2 \\ |\vec{S}_D| &= s(\eta + \delta)V_D^2 = 0.5\rho\sigma c_x(\eta + \delta)V_D^2, |\vec{P}_D| = p(\eta + \delta)V_D^2 = 0.5\rho\sigma c_y(\eta + \delta)V_D^2 \end{aligned}$$

В качестве координат, введем угол θ отклонения стержня АВ от оси х.

Уравнения вращения рассматриваемой математической модели будут иметь вид:

$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} &= r(V_A^2(p(\alpha + \delta)\sin\alpha - s(\alpha + \delta)\cos\alpha) + V_B^2(p(\beta + \delta)\sin\beta - s(\beta + \delta)\cos\beta) \\ &+ V_C^2(p(\gamma + \delta)\sin\gamma - s(\gamma + \delta)\cos\gamma) + V_D^2(p(\eta + \delta)\sin\eta - s(\eta + \delta)\cos\eta) \end{aligned} \quad (1)$$

Для определения значений величин $\vec{V}_A, \vec{V}_B, \vec{V}_C, \vec{V}_D, \alpha, \beta, \gamma, \eta$ через фазовые переменные V, θ, ω можно применить кинематические соотношения:

$$\begin{aligned} V_A \sin\alpha &= -V \cos\theta, V_A \cos\alpha = r\omega - V \sin\theta \\ V_B \sin\beta &= V \cos\theta, V_B \cos\beta = r\omega + V \sin\theta \\ V_C \sin\alpha &= V \sin\theta, V_C \cos\alpha = r\omega - V \cos\theta \\ V_D \sin\beta &= V \sin\theta, V_D \cos\beta = r\omega - V \cos\theta \end{aligned} \quad (2)$$

Таким образом, мы получили замкнутую и определенную систему уравнений (1) –(2) описывающую вращение ротора Дарье. В уравнения движения рассматриваемого ветродвигателя входят экспериментальные аэродинамические функции c_x, c_y . При численном интегрировании системы (1),(2) надо сначала найти углы атаки $\alpha, \beta, \gamma, \eta$. из дополнительных соотношений (2). Аэродинамические функции можно интерполировать с помощью кубических сплайнов. На следующем шаге находим воздушные скорости $\vec{V}_A, \vec{V}_B, \vec{V}_C, \vec{V}_D$ пользуясь соотношениями (2). и далее применять какой-нибудь один из методов для нахождения численного решения системы

(1),(2). Далее применяем метод Рунге-Кутты четвертого порядка, наиболее оптимальный для численного интегрирования (1),(2).

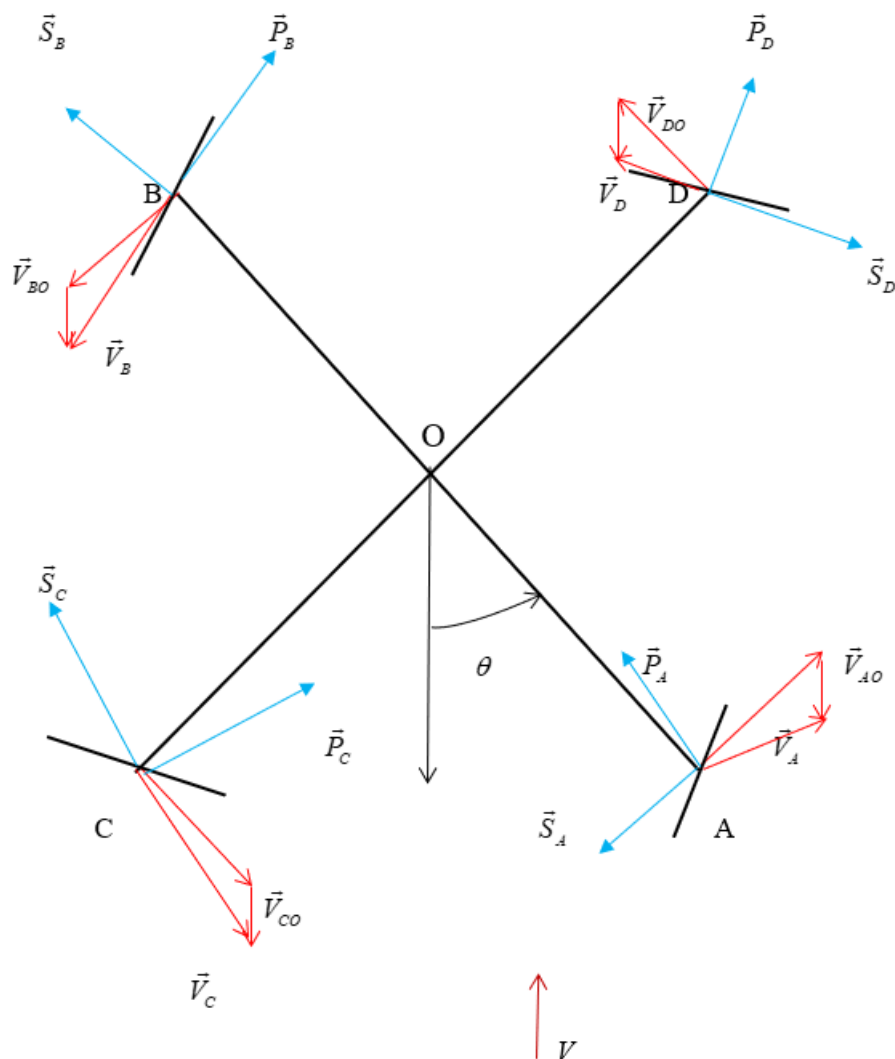


Рис. 2. Ротор Дарье с четырьмя лопастями

Режим авторотации

Рассмотрим работу устройства в режиме быстрого вращения. Величины векторов $\vec{V}_{Ao}, \vec{V}_{Bo}, \vec{V}_{Co}, \vec{V}_{Lo}$ велики по сравнению со скоростью потока \vec{V} и углы атаки $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ близки к нулю[6,7]. Изменение кинетического момента в (1) при этом очень мало. Будем искать стационарный режим при быстром

вращении устройства. т.е:

$$|\vec{V}_{AO}| \square V, |\vec{V}_{BO}| \square V, |\vec{V}_{CO}| \square V, |\vec{V}_{DO}| \square V, \alpha \rightarrow 0, \beta \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$$

Аэродинамические функции p, s разложим в ряд, $\alpha \rightarrow 0, \beta \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$ и оставим только члены первого приближения.

Левые части кинематических соотношений (2) разложим в ряд при $\alpha, \beta, \gamma, \eta \rightarrow 0$.

Далее, сделаем в уравнениях (1), переход от дополнительных переменных $\vec{V}_A, \vec{V}_B, \vec{V}_C, \vec{V}_D, \alpha, \beta, \gamma, \eta$ к основным переменным θ, V, ω

Проведем осреднение правых частей полученного уравнения по углу θ на обороте [8]. Осредненное уравнение имеет стационарное решение ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{V}{r} \sqrt{\frac{c'_{y\delta} - 3c_{x\delta}}{4c_{x\delta}}} \quad (3)$$

В случае малых значений δ справедливы соотношения:

$$c_{y\delta} = c'_{y0}\delta, c'_{y\delta} = c'_{x0}, c_{x\delta} = c_{x0} + c_{x2}\delta^2, c'_{x\delta} = 2c_{x2}\delta.$$

При малых значениях δ будем иметь:

$$\omega_0 = \frac{V}{r} \sqrt{\frac{c'_{y0} - 3c_{x0} - 3c_{x2}\delta^2}{4(c_{x0} + c_{x2}\delta^2)}} \quad (4)$$

c_{x0}, c'_{y0}, c_{x2} -некоторые значения аэродинамических функций

Режим (3),(4) называется режимом авторотации.

Таким образом:

1. Для различных профилей, величина установившегося значения ω_0 зависит от геометрических параметров δ, r , скорости среды V и значений экспериментальных функций c'_{y0}, c_{x0}, c_{x2} .
2. Чем меньше значения c_{x0}, c_{x2} , тем больше ω_0 .
3. Чем меньше угол перекоса δ пластинок, тем выше угловая скорость конструкции.

Пользуясь формулами для расчета мощности $N = 0.5\rho SV^3$ воздушного потока, проходящего через турбину и быстроходности $z = \frac{r\omega}{V}$ ветротурбины и приведенными выше результатами, можно найти радиус стержня и площадь пластинок для заданной мощности. Например, для рассматриваемой конструкции, чтобы выработать мощность в 1.5 кВт, размеры ветроагрегата должны быть: длина стержня $r=1.4$ м., ширина пластинки - 0.20 м. длина - 1.6 м. при скорости ветра 10 метров в секунду. При росте мощности, размеры конструкции сильно увеличиваются. Таким образом, ветрогенераторы Дарье считаются эффективными для получения небольшой мощности при небольших размерах [9,10].

Заключение

1. Создана математическая модель ветротурбины Дарье с четырьмя лопастями.
2. Показано, что в широком диапазоне параметров существует базовый режим работы ветрогенератора
3. С помощью управления углом отклонения пластинок мы можем менять скорость вращения турбины.
4. Проведена оценка геометрических размеров устройства и мощности.

Литература

1. Беляков Д. В. Разработка и особенности математической модели ветротурбины Дарье. // Международный журнал открытых информационных технологий. 2015. №3. URL: injoit.org/index.php/j1/article/view/226
2. Беляков Д. В. Исследование движения осесимметричного тела в квазистатической среде. // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2016 г. №2. URL: sitito.cs.msu.ru/index.php/SITITO/article/view/82
3. Боголюбов Н. Н. Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний Москва: Гостехиздат, 1955. 408 с.
4. Урывская Т. Ю. Устойчивость линейных систем с положительно определенной матрицей // Инженерный вестник Дона, 2017. №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4464
5. Табачников В.Г. Стационарные характеристики крыльев на малых скоростях во всем диапазоне углов атаки // Труды ЦАГИ. Москва: Наука, 1974. С. 154.
6. Пшихопов В.Х., Кульченко А.Е., Чуфистов В.М. Моделирование полета одновинтового вертолета под управлением позиционно-траекторного регулятора // Инженерный вестник Дона. 2013. №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1650
7. Локшин Б.Я., Привалов В.А., Самсонов В.А. Модельная задача о флаттере // Введение в задачу о движении точки и тела в сопротивляющейся среде. Москва: Издательство Московского университета. 1992. С. 38.

8. Журавлев В.Ф. Климов Д.М. Прикладные методы в теории колебаний Москва: Наука, 1988. 531 С.
9. Vittecoq P. A., Laneville A. V. The Aerodynamic Forces for a Darrieus Rotor with Straight Blades: Wind Tunnel Measurement. // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 1983. №15. pp. 406-412.
10. Parashivoiu I. Aerodynamics Loads and and performance of the Darrieus Rotor // Journal of Energy. 1982. №6. pp. 315-321

References

1. Belyakov D. V. Mezhdunarodnyj zhurnal otkrytyh informacionnyh tekhnologij. 2015. №3. URL:injoit.org/index.php/j1/article/view/226
2. Belyakov D. V. Sovremennye informacionnye tekhnologii i IT obrazovanie. 2016. №2. URL:sitito.cs.msu.ru/index.php/SITITO/article/view/82
3. Bogolyubov N. N. Mitropol'skij YU. A. Asimptoticheskie metody v teorii nelinejnyh kolebanij [Asymptotic methtods in the theory of nonlinear oscillations]. Moskva: Gostekhizdat, 1955. P.408.
4. Ury`vskaya T. Yu. Inzhenernyj vestnik Dona. №4. URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4464
5. Tabachnikov V.G. Stacionarny`e xarakteristiki kry`l`ev na малы`x skorostyax vo vsem diapazone uglov ataki [Stationary characteristics of wings at low speeds over the entire range of angles of attack]. Trudy` CzAGI. Moskva: Nauka, 1974. P. 154.
6. Pshixopov V.X., Kul`chenko A.E., Chufistov V.M. Inzhenernyj vestnik Dona. 2013. №2. URL:ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1650
7. Lokshin B.Ya. , Privalov V.A., Samsonov V.A. Model`naya zadacha o flattere [model problem about flutter]. Vvedenie v zadachu o dvizhenii



tochki i tela v coprotivlyayushhejsya srede. Moskva: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 1992. P. 38.

8. ZHuravlev V.F. Klimov D.M. Prikladnye metody v teorii kolebanij [Applied methods in the theory of oscillations]. Moskva: Nauka, 1988. P. 531.

9. Vittecoq P. A., Laneville A. V. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. 1983. №15. pp. 406-412.

10. Parashivoiu I. Journal of Energy. 1982. №6. pp. 315-321.