

## Определение предельной нагрузки для центрально сжатых трубобетонных колонн на основе деформационной теории пластичности бетона

*К.Н. Хаишхожеев*

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** В статье приводится вывод разрешающих уравнений для расчета центрально сжатых трубобетонных колонн круглого поперечного сечения с учетом эффекта бокового обжатия и физической нелинейности. При получении разрешающих уравнений учитываются также вынужденные деформации, которые могут включать в себя деформации ползучести, усадки и температурные деформации. Окончательно задача сводится к системе из трех уравнений с тремя неизвестными относительно контактного давления между оболочкой и бетонным ядром  $p$  и напряжений по  $z$  в бетоне и стали. В качестве уравнений, устанавливающих связь между напряжениями и мгновенными деформациями, используются соотношения деформационной теории пластичности бетона Г. А. Гениева, в которых учитываются дилатационные деформации бетона. Разработанная методика апробирована на экспериментальных данных А.И. Сагадатова.

**Ключевые слова:** трубобетон, колонна, физическая нелинейность, дилатация, деформационная теория пластичности, центральное сжатие, предельная нагрузка, несущая способность.

По сравнению с традиционными железобетонными элементами, трубобетонные колонны (ТБК) обладают рядом существенных преимуществ, среди которых экономия на опалубке при строительстве зданий, увеличение несущей способности бетонного ядра за счет работы в условиях всестороннего сжатия, уменьшение усадочных деформаций из-за отсутствия влагообмена между бетоном и внешней средой, возможность использования высокопрочных бетонов за счет увеличения предела упругой работы конструкций и пластического характера разрушения, более высокая огнестойкость по сравнению с металлоконструкциями, повышенная жесткость на кручение и др. [1-3].

В то же время ТБК имеют недостатки, одним из которых является отсутствие общепринятой методики расчета их несущей способности с учетом эффекта бокового обжатия бетона [4-5].

Существующие методы расчета, например, в [6-8] в основном базируются на эмпирическом подходе, не отражающем физику процессов изменения напряженно-деформированного состояния трубобетонных элементов, что приводит к ограниченному использованию и невозможности распространения на все разнообразие существующих марок стали и составов бетона.

Целью данной работы является разработка методики расчета ТБК на основе самых общих моделей механики деформируемого твердого тела.

Элемент рассматриваемой конструкции показан на рисунке 1. При выводе разрешающих уравнений будем учитывать наличие в бетоне вынужденных деформаций  $\varepsilon_{br}^*$ ,  $\varepsilon_{b\theta}^*$ ,  $\varepsilon_{bz}^*$ , которые могут включать деформации ползучести, усадки, деформации расширения. Суммарные деформации бетона запишутся как:

$$\varepsilon_{b\theta} = \varepsilon_{br} = \frac{1}{E_b} (\sigma_{b\theta} - \nu_b (\sigma_{br} + \sigma_{bz})) + \varepsilon_{b\theta}^*; \varepsilon_{bz} = \frac{1}{E_b} (\sigma_{bz} - \nu_b (\sigma_{br} + \sigma_{b\theta})) + \varepsilon_{bz}^*. \quad (1)$$

Модуль упругости бетона  $E_b$  и коэффициент Пуассона  $\nu_b$  в уравнениях (1) могут зависеть от величины напряжений.

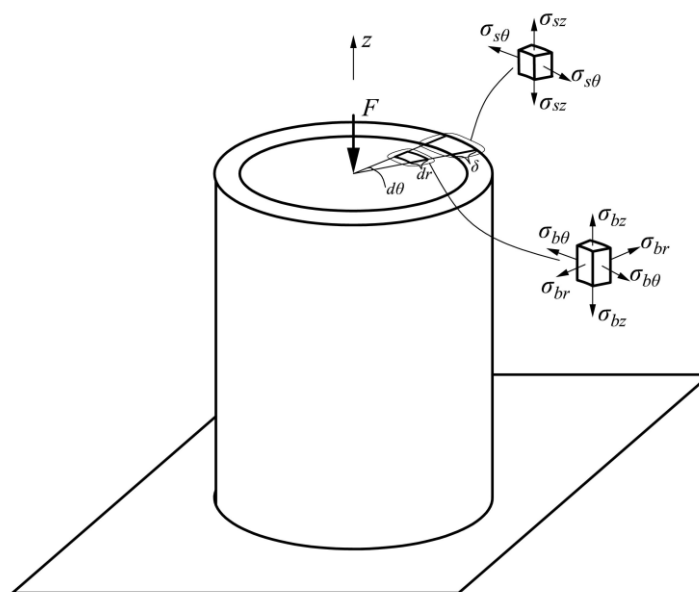


Рис. 1. – Расчетная схема

Радиальные и кольцевые напряжения в бетоне равны контактному давлению между стальной оболочкой и бетоном со знаком «-»:

$$\sigma_{br} = \sigma_{b\theta} = -p. \quad (2)$$

С учетом (2) выражения (1) принимают вид:

$$\varepsilon_{b\theta} = \frac{1}{E_b}(-p(1-\nu_b) - \nu_b \sigma_{bz}) + \varepsilon_{b\theta}^*; \varepsilon_{bz} = \frac{1}{E_b}(\sigma_{bz} + 2p\nu_b) + \varepsilon_{bz}^*. \quad (3)$$

Кольцевые напряжения в обойме определяются из уравнения Лапласа:

$$\sigma_{s\theta} = \frac{pD}{2\delta}, \quad (4)$$

где  $D$  – диаметр оболочки,  $\delta$  – толщина оболочки.

Деформации стальной обоймы вычисляются по формулам:

$$\varepsilon_{s\theta} = \frac{1}{E_s}(\sigma_{s\theta} - \nu_s \sigma_{sz}) = \frac{1}{E_s} \left( \frac{pD}{2\delta} - \nu_s \sigma_{sz} \right); \varepsilon_{sz} = \frac{1}{E_s}(\sigma_{sz} - \nu_s \sigma_{s\theta}) = \frac{1}{E_s} \left( \sigma_{sz} - \nu_s \frac{pD}{2\delta} \right). \quad (5)$$

При совместной работе бетона и стальной обоймы должно обеспечиваться равенство деформаций по  $z$ :

$$\varepsilon_{bz} = \varepsilon_{sz} \rightarrow \frac{1}{E_b}(\sigma_{bz} + 2p\nu_b) + \varepsilon_{bz}^* = \frac{1}{E_s} \left( \sigma_{sz} - \nu_s \frac{pD}{2\delta} \right). \quad (6)$$

Связь между сжимающим усилием  $F$  и напряжениями в бетоне представляется в виде:

$$\sigma_{sz} A_s + \sigma_{bz} A_b = -F, \quad (7)$$

где  $A_s = \pi D\delta$  – площадь поперечного сечения обоймы.

Условие совместности кольцевых деформаций записывается следующим образом:

$$\frac{1}{E_b}(-p(1-\nu_b) - \nu_b \sigma_{bz}) + \varepsilon_{b\theta}^* = \frac{1}{E_s} \left( \frac{pD}{2\delta} - \nu_s \sigma_{sz} \right). \quad (8)$$

После преобразований задача сводится к системе из трех уравнений относительно неизвестных  $p$ ,  $\sigma_{bz}$ ,  $\sigma_{sz}$ :

$$\begin{aligned} p\left(\frac{D}{2\delta} + \alpha(1 - \nu_b)\right) + \alpha\nu_b\sigma_{bz} - \nu_s\sigma_{sz} &= E_s\varepsilon_{b\theta}^*; \\ p\left(2\alpha\nu_b + \frac{\nu_s D}{2\delta}\right) + \alpha\sigma_{bz} - \sigma_{sz} &= -E_s\varepsilon_{bz}^*; \\ \sigma_{sz}\pi D\delta + \sigma_{bz}\frac{\pi D^2}{4} &= -F, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\alpha = E_s/E_b$ .

В качестве уравнений, устанавливающих связь между напряжениями и мгновенными деформациями, воспользуемся зависимостями деформационной теории пластичности бетона Г.А. Гениева [9]. В цилиндрических координатах данные уравнения примут вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{b\theta} &= \frac{1}{E_b(\Gamma)}(\sigma_{b\theta} - \nu_b(\sigma_{br} + \sigma_{bz})) + \varepsilon_\delta; \\ \varepsilon_{bz} &= \frac{1}{E_b(\Gamma)}(\sigma_{bz} - \nu_b(\sigma_{br} + \sigma_{b\theta})) + \varepsilon_\delta, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\varepsilon_\delta = -g_0\Gamma^2/3$  – дилатационные деформации,  $g_0$  – модуль дилатации,

$\Gamma = \sqrt{\frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2}}$  – интенсивность сдвиговых деформаций.

Дилатационные деформации можно рассматривать как частный случай вынужденных деформаций  $\varepsilon_{b\theta}^*$ ,  $\varepsilon_{bz}^*$ . Секущий модуль  $E_b(\Gamma)$  определяется по формуле:

$$E_b(\Gamma) = E_0\left(1 - \frac{\Gamma}{2\Gamma_s}\right), \quad (13)$$

где  $\Gamma_s$  – предельная интенсивность сдвиговых деформаций, зависящая от характера напряженного состояния.

Для апробации разработанной методики был выполнен расчет испытанной в работе А.И. Сагадатова [10] колонны со следующими характеристиками: прочность бетона при сжатии  $R_b = 24.2$  МПа, предел

текучести стали  $R_s = 440$  МПа, диаметр обоймы  $D = 159$  мм, толщина стенки  $\delta = 6$  мм. На рис. 2. показано сравнение решения автора с экспериментальной кривой деформирования, представленной в [10]. По результатам расчета теоретическая предельная нагрузка составила 1909 кН, что на 6.46% ниже экспериментальной (2041 кН). В целом наблюдается достаточно хорошее совпадение кривых, полученных опытным и расчетным путем.

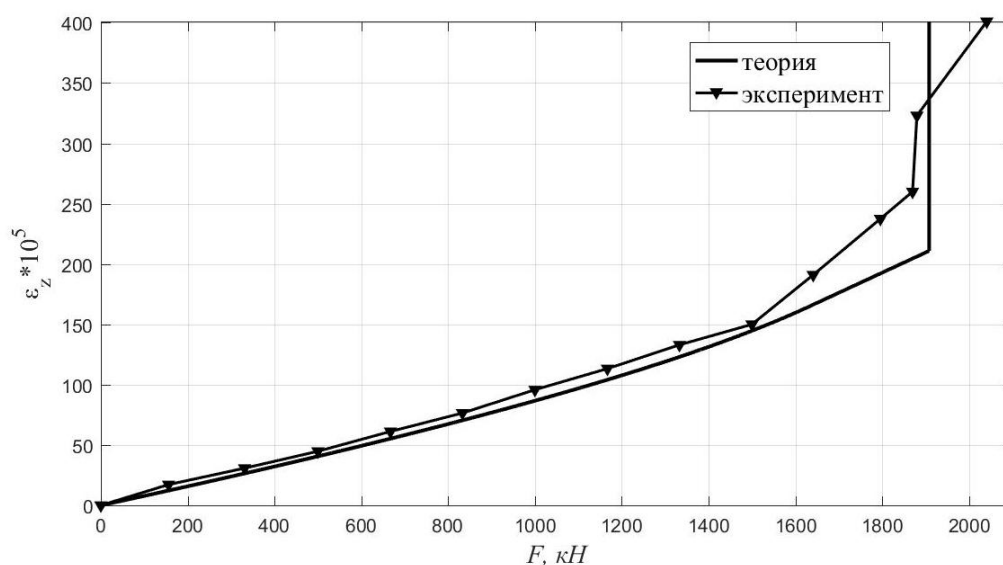


Рис. 2. – Сравнение решения автора с экспериментальными данными  
А.И. Сагадатова

### Литература

1. Резван А.В., Колотиенко М.А. Рационализация технологических, конструктивных и архитектурных решений трубобетонных конструкций на примере колонн высотных зданий // Инженерный вестник Дона, 2020, №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2020/6475](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2020/6475)
2. Аадсан А., Тенемаза Д.О., Кубасов А.Ю. Техничко-экономический расчет металлических, железобетонных и трубобетонных колонн с использованием вычислительных комплексов // Инженерный вестник Дона, 2018, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/5015](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/5015)

3. Krishan A. L., Astafeva M. A., Chernyshova E. P. Strength calculation of short concrete-filled steel tube columns //International Journal of Concrete Structures and Materials. 2018. Vol. 12. Pp. 1-11.
4. Акаев А.И., Магомедов М.Г., Пайзулаев М.М. Перспективы возведения сейсмостойких зданий из трубобетонных конструкций // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2017. Т. 44 (1). С. 138-149.
5. Овчинников И. И. и др. О проблеме расчета трубобетонных конструкций с оболочкой из разных материалов. Часть 2. Расчет трубобетонных конструкций с металлической оболочкой // Вестник евразийской науки. 2015. Т. 7. №. 4 (29). URL: [naukovedenie.ru/PDF/02TVN116.pdf](http://naukovedenie.ru/PDF/02TVN116.pdf)
6. Min Yu, Zha Xiaoxiong, Ye Jianqiao, Li Yuting. A unified formulation for circle and polygon concretefilled steel tube columns under axial compression // Engineering Structures. 2013. Vol. 49. Pp. 1-10.
7. Min Yu, Zha Xiaoxiong, Ye Jianqiao, She Chunyan. A unified formulation for hollow and solid concrete filled steel tube columns under axial compression // Engineering Structures. 2010. Vol. 32(4). Pp. 1046 - 1053.
8. Стороженко Л.И. Трубобетонные конструкции. Киев: Будивельник, 1978. 81 с.
9. Гениев Г. А., Киссюк В. Н., Тюпин Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.:Стройиздат, 1974. 316 с.
10. Сагадатов, А. И. Напряженно-деформированное состояние сжатых трубобетонных элементов с внутренним стальным сердечником: дисс. ... канд. техн. наук : 05.23.01 /А.И. Сагадатов. Магнитогорск, 2006. 180 с.

## References

1. Rezvan A.V., Kolotienko M.A. Inženernyj vestnik Dona, 2020, №5. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2020/6475](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2020/6475)
2. Aadsan A., Tenemaza D.O., Kubasov A.Yu. Inženernyj vestnik Dona, 2018, №2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/5015](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/5015)
3. Krishan A. L., Astafeva M. A., Chernyshova E. P. International Journal of Concrete Structures and Materials. 2018. Vol. 12. Pp. 1-11.
4. Akaev A.I., Magomedov M.G., Payzulaev M.M. Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki. 2017. Vol. 44 (1). Pp. 138-149.
5. Ovchinnikov I. I. et al. Bulletin of Eurasian Science. 2015. Vol. 7. No. 4 (29). URL: [naukovedenie.ru/PDF/02TVN116.pdf](http://naukovedenie.ru/PDF/02TVN116.pdf)
6. Min Yu, Zha Xiaoxiong, Ye Jianqiao, Li Yuting. Engineering Structures. 2013. Vol. 49. Pp. 1-10.
7. Min Yu, Zha Xiaoxiong, Ye Jianqiao, She Chunyan. Engineering Structures. 2010. Vol. 32(4). Pp. 1046 - 1053.
8. Storozhenko L.I. Trubobetonnyye konstruksii [Concrete filled steel tubular structures]. Kiyev: Budivel'nik, 1978. 81 p.
9. Geniev G. A., Kissyuk V. N., Tyupin G. A. Teoriya plastichnosti betona i zhelezobetona [Theory of plasticity of concrete and reinforced concrete]. M.:Stroyizdat, 1974. 316 p.
10. Sagadatov A. I. Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye szhatykh trubobetonnykh elementov s vnutrennim stal'nyim serdechnikom: diss. ... kand. tekhn. nauk [The stress-strain state of compressed pipe-concrete elements with an internal steel core]: 05.23.01 /A.I. Sagadatov. Magnitogorsk, 2006. 180 p.